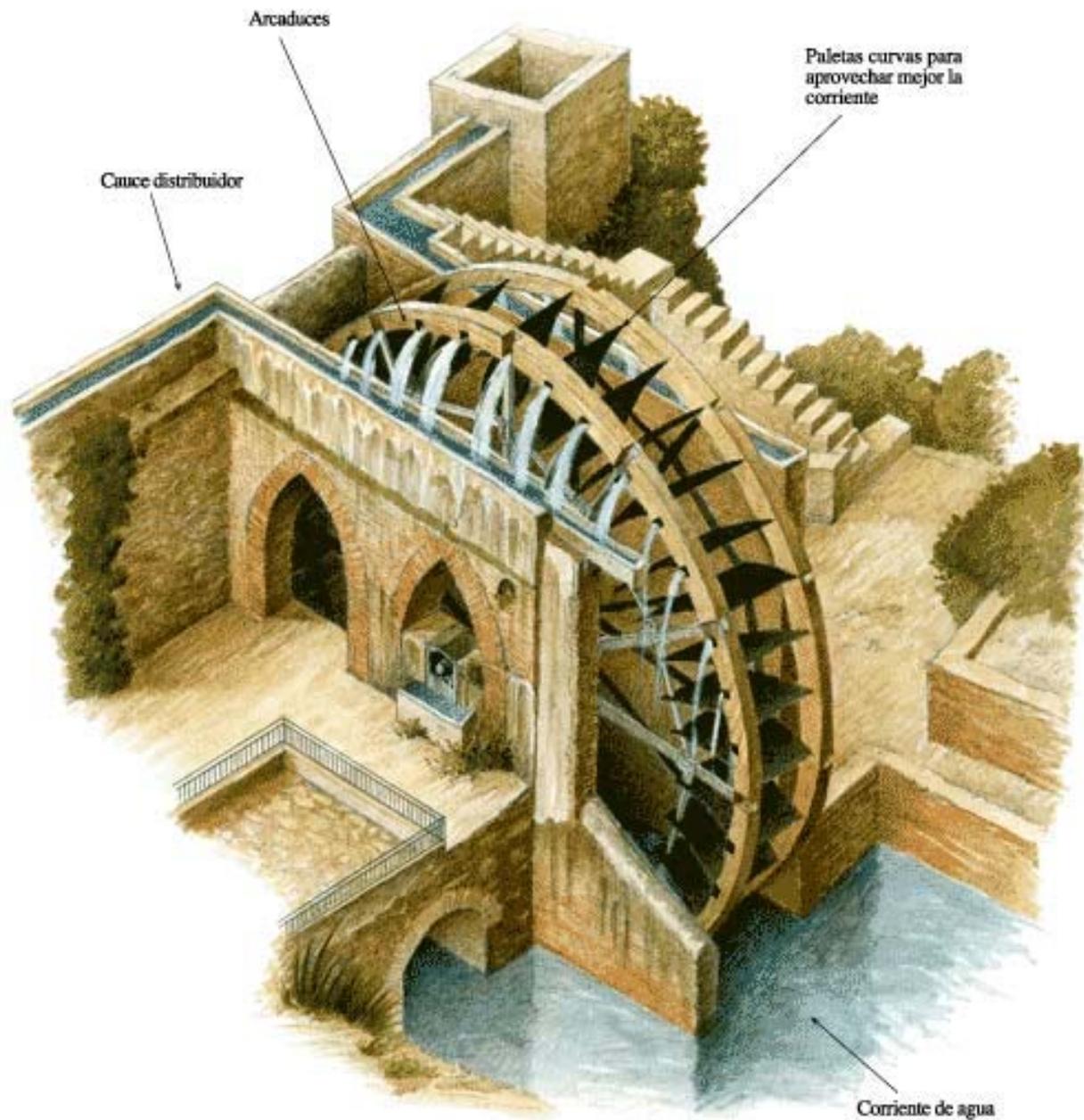


# BOMBAS HIDRÁULICAS



Noria árabe, edad media, Córdoba





La espectacular Noria Grande, en Abarán, con sus 12 metros de diámetro, pasa por ser la más grande en funcionamiento de toda Europa. Es capaz de elevar más de 30 litros por segundo..

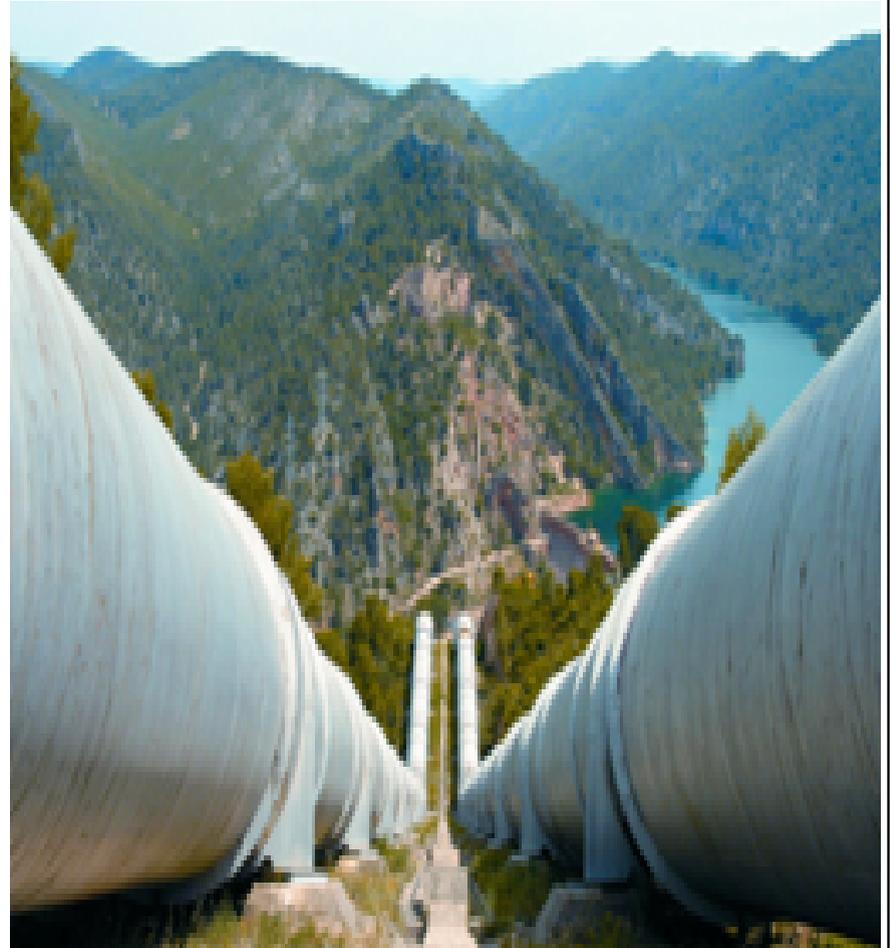
## Tornillo de Arquímedes (siglo III a.C.)



# Bomba



# Impulsión



# **BOMBAS HIDRÁULICAS**

- **INTRODUCCIÓN**
- **CLASIFICACIÓN DE LAS BOMBAS**
- **CENTRÍFUGA**
- **CURVAS CARACTERÍSTICAS**
- **RENDIMIENTO SEGÚN VELOCIDAD ESPECÍFICA Y TAMAÑO**
- **PROPORCIONES Y FACTORES DE DISEÑO**
- **CAVITACIÓN EN BOMBAS**
- **ACOPLAMIENTO DE BOMBAS A LA RED**

# INTRODUCCIÓN

Reservaremos el nombre de *bomba hidráulica* a la que eleva líquidos.

Cuando el fluido es un gas, se llama:

- *ventilador*, cuando el incremento de presión es muy pequeño: hasta 0,07 bar
- *soplante*, entre 0,07 y 3 bar
- *compresor*, cuando supera los 3 bar.

Pocos técnicos diseñarán bombas; en cambio, casi todos tendrán que utilizarlas. A éstos va fundamentalmente dirigido el estudio que se hace a continuación.

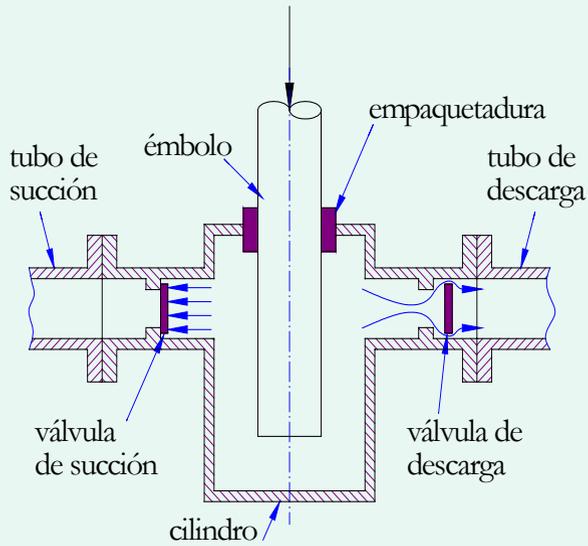
# CLASIFICACIÓN

- 1) bombas de desplazamiento;
- 2) bombas de intercambio de cantidad de movimiento.

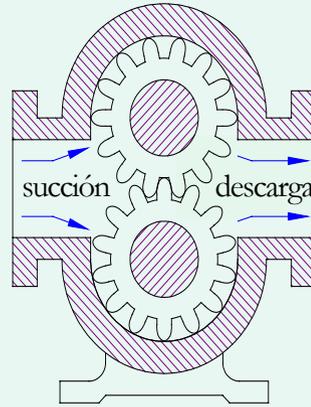
Las primeras tienen un contorno móvil de volumen variable, que obliga al fluido a avanzar a través de la máquina. Hay una gran diversidad de modelos.

Estudiaremos el segundo grupo por ser el más frecuente.

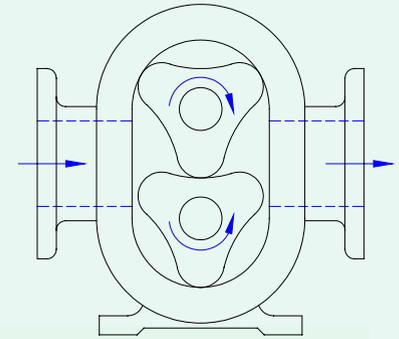
# Bombas de desplazamiento



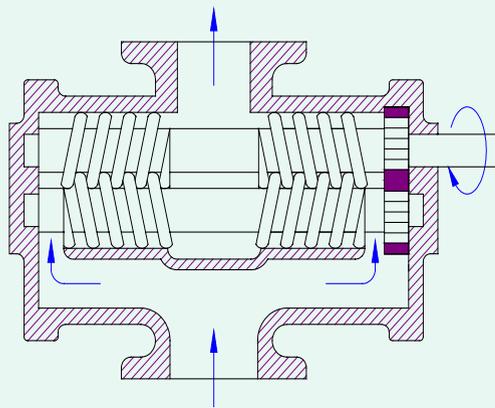
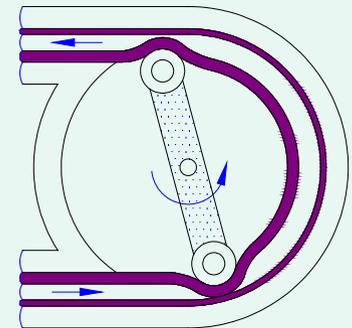
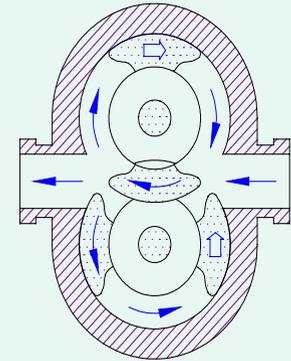
(a)



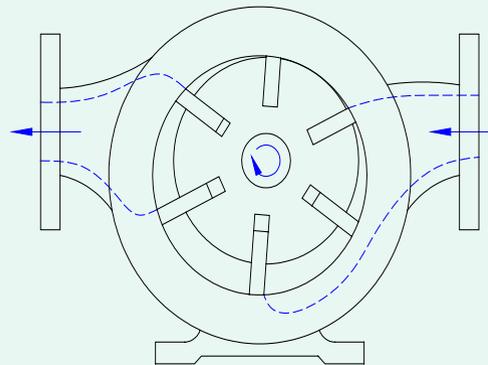
(b)



(c)



(c)

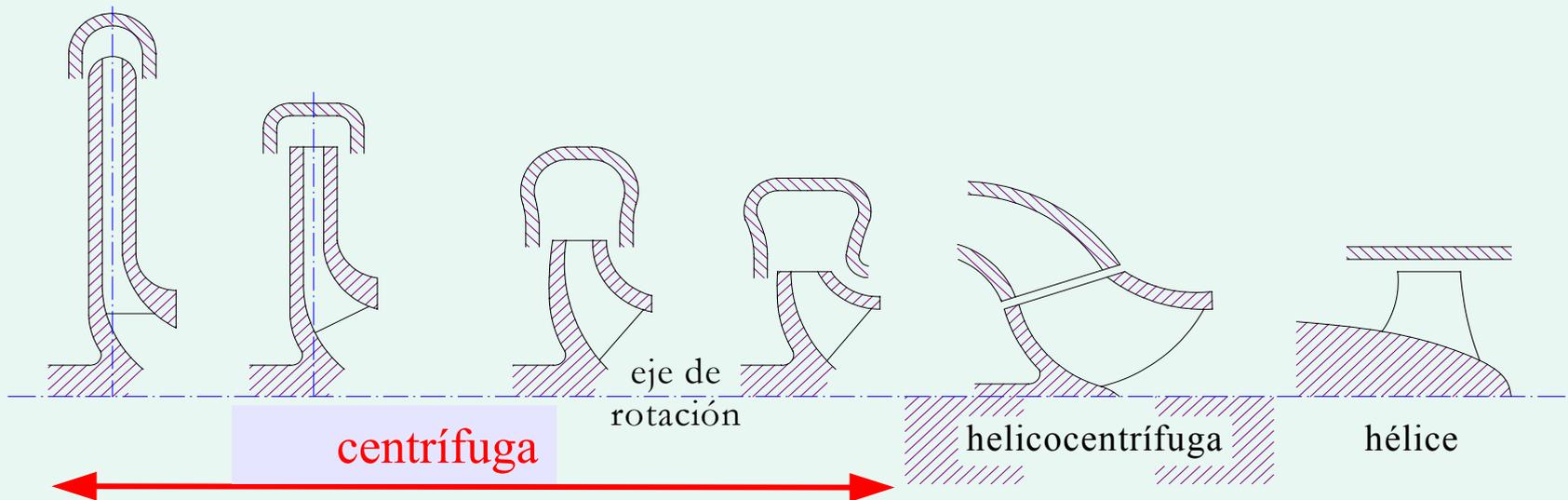


(d)

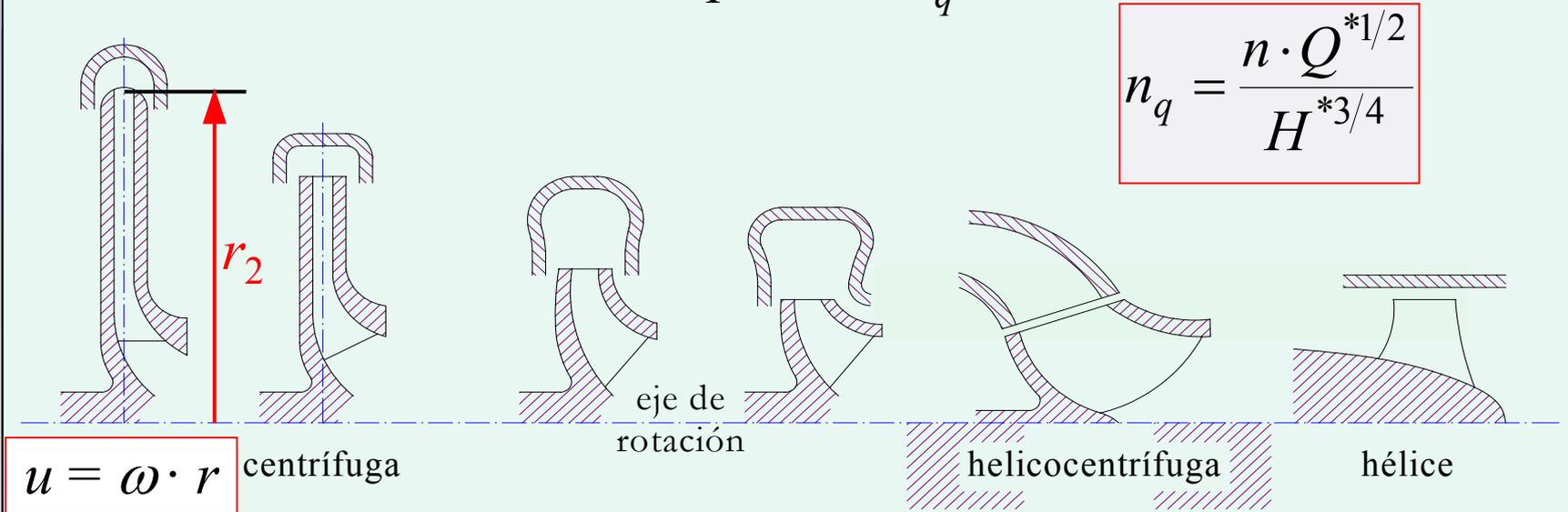
# *Bombas de intercambio de cantidad de movimiento*

Según la dirección del flujo a la salida del rodete, podemos hablar de,

- *bombas centrífugas* (perpendicular al eje)
- *bombas hélice* (flujo paralelo al eje)
- *bombas helicocentrífugas* (flujo mixto).



Atendiendo a la velocidad específica  $n_q$



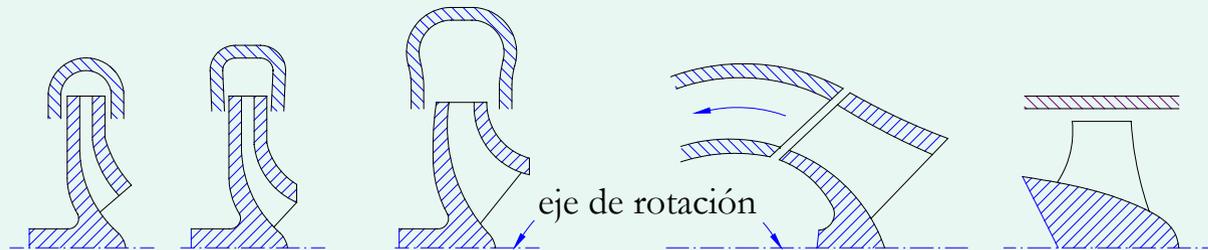
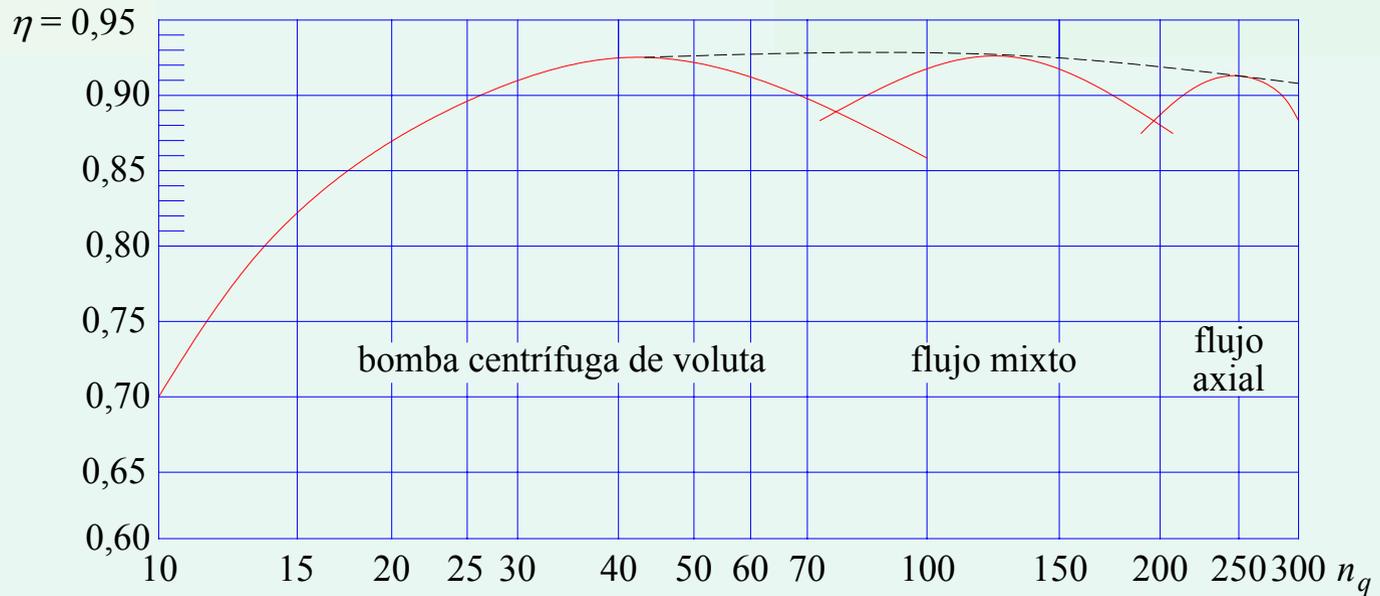
mayor altura y poco caudal necesitan menor  $n_q$ , y exigen rodetes con mayores  $D$  y/o mayor  $u_2$ , y pequeñas anchuras de salida.

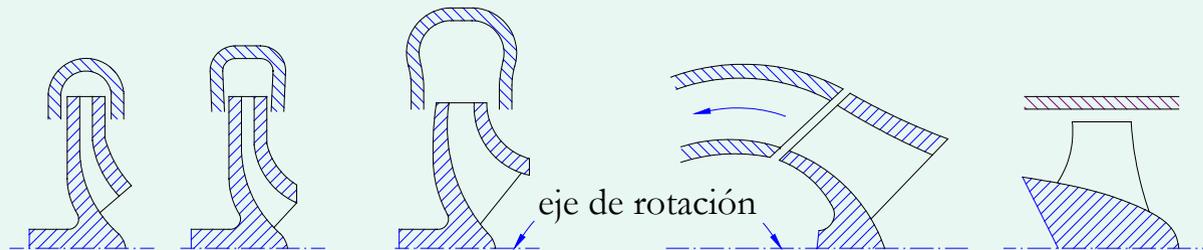
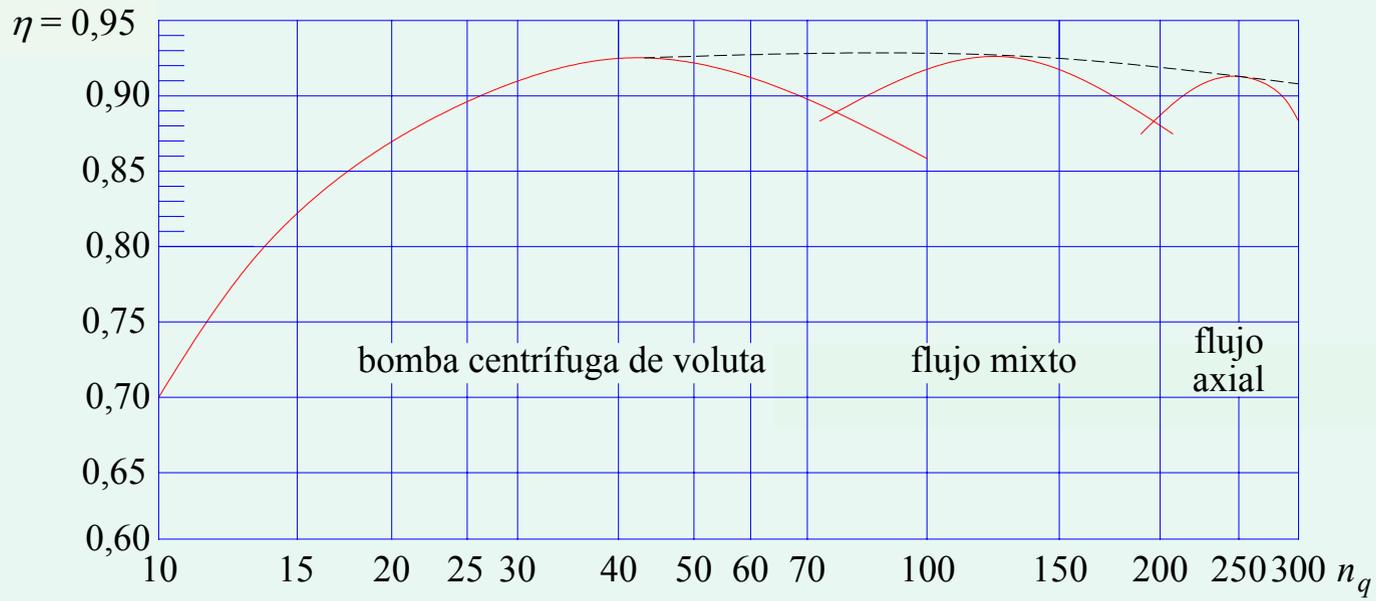
$$H_t = \frac{c_1^2 - c_2^2}{2g} + \frac{u_1^2 - u_2^2}{2g} + \frac{w_2^2 - w_1^2}{2g}$$

Para mayores  $n_q$ , la forma del rodete deriva hacia mayores anchuras de salida y menores diámetros.

Los valores de  $n_q$  son ( $n$  rpm,  $Q$  m<sup>3</sup>/s,  $H$  m):

- *bombas centrífugas*:  $n_q = 10 \div 100$  ( $n_q \approx 50$ )
- *bombas mixtas*:  $n_q = 75 \div 200$  ( $n_q \approx 130$ )
- *bombas hélice*:  $n_q = 200 \div 320$  ( $n_q \approx 250$ )

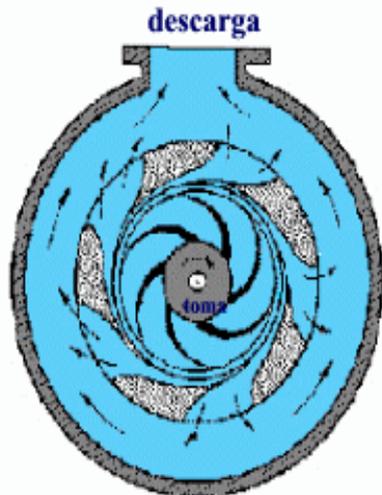
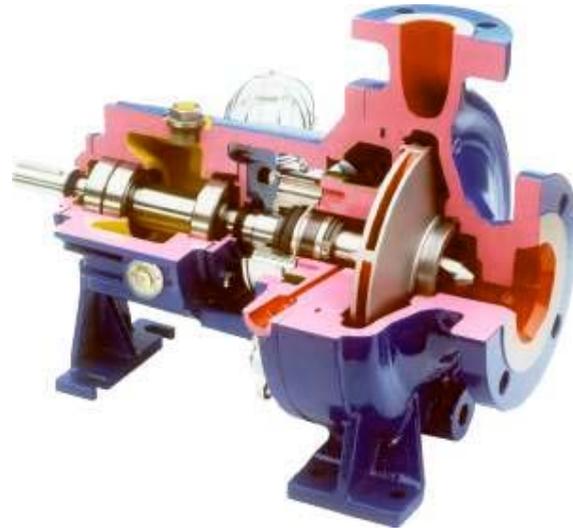
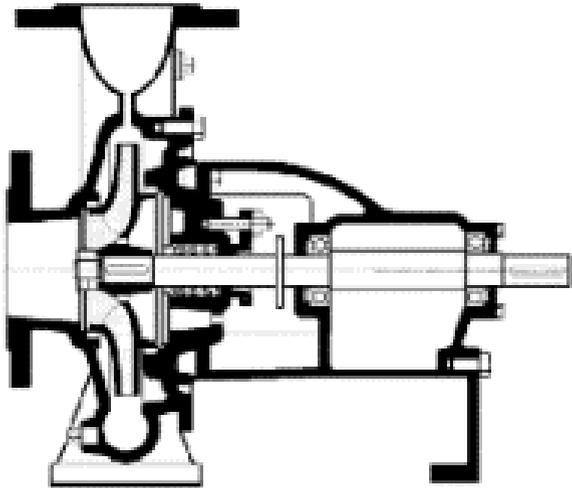




Para  $n_q$  inferiores a 10 ó 15 se recurre a bombas centrífugas multicelulares, o con varios rodetes en serie.

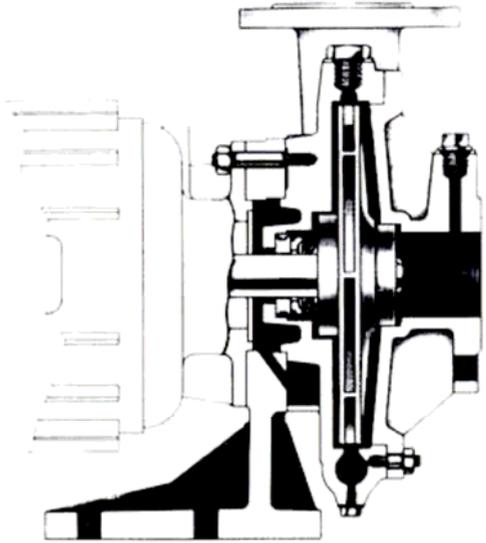
Bombas de pozo profundo: poco diámetro y muchos rodetes.

# Bombas centrífugas

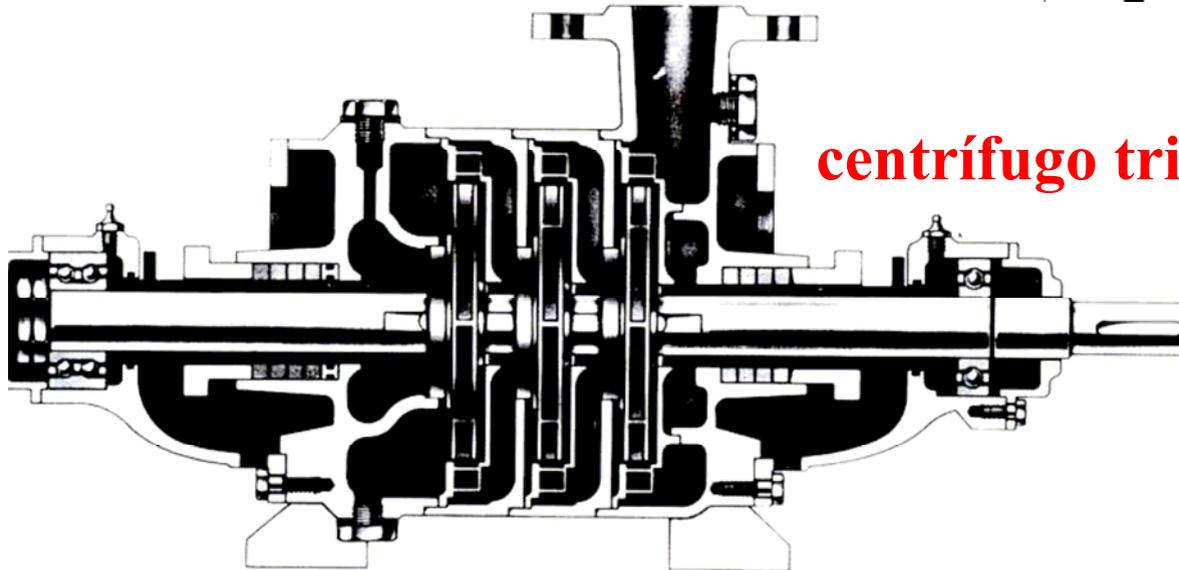
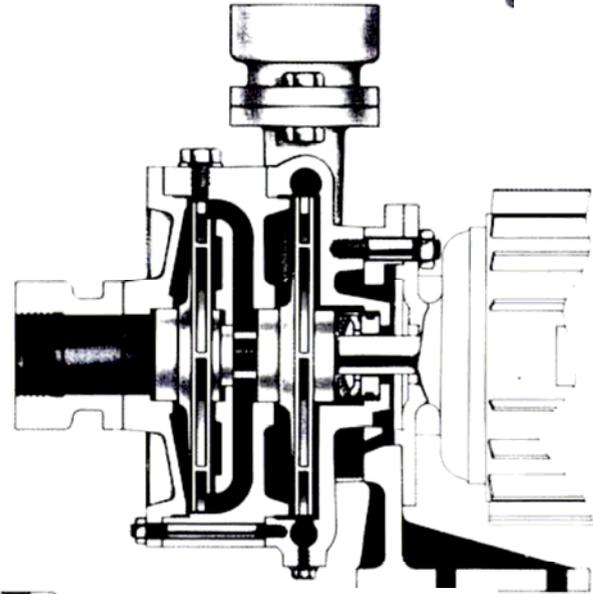


# Bomba axial

**centrífugo unicelular**



**centrífugo bicelular**



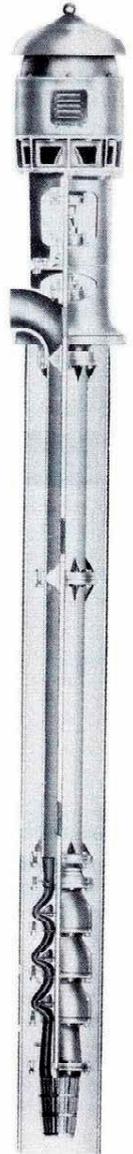
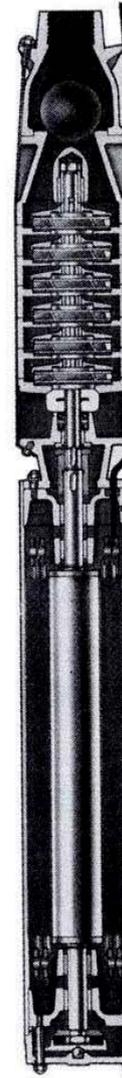
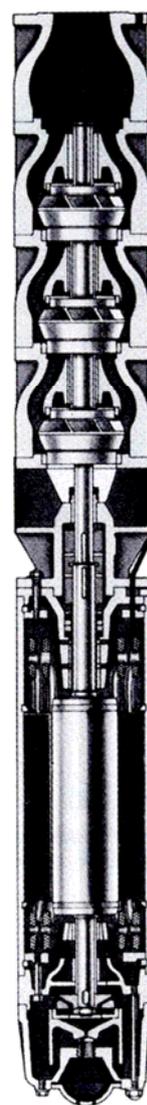
**centrífugo tricelular**

## bombas de pozo profundo

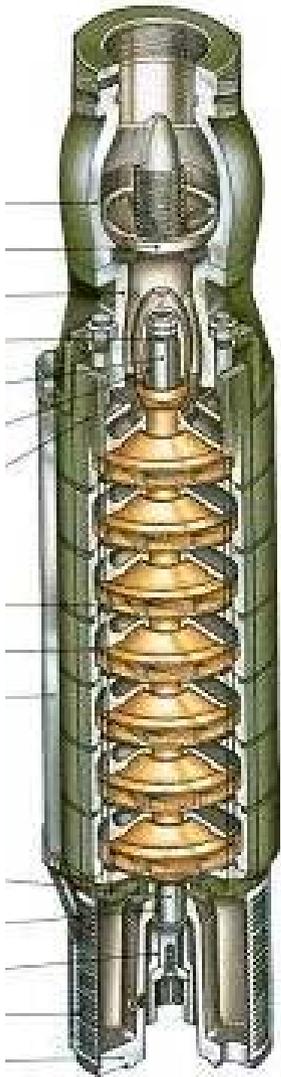
rodete hélice



rodete centrífugo



# Bombas de pozo profundo



# Bombas en paralelo





## EJERCICIO

- Calcúlese  $n_q$  de la bomba de 1500 rpm, para  $Q = 20$  l/s y  $H = 90$  m.
- Calcúlese  $n$ , para  $n_q = 10$ .
- Determínese el mínimo número de rodetes para que, a 1500 rpm,  $n_q$  sea superior a 10.
- Si para mejor rendimiento fijamos un mínimo  $n_q = 16$ , calcúlese el número de rodetes.

## Solución

$$\text{a) } n_q = \frac{n \cdot Q^{*1/2}}{H^{*3/4}} = \frac{1500 \cdot 0,02^{1/2}}{90^{3/4}} = 7,26$$

No llega a 10, por lo que habría que aumentar  $n$  o colocar dos rodetes.

$$\text{b) } n = \frac{n_q \cdot H^{*3/4}}{Q^{*1/2}} = \frac{10 \cdot 90^{3/4}}{0,02^{1/2}} = 2066 \text{ rpm}$$

$$\text{c) } H^{*3/4} = \frac{n \cdot Q^{*1/2}}{n_q} = \frac{1500 \cdot 0,02^{1/2}}{10} = 21,2$$

$$H = 58,7 \text{ m}$$

Habría que colocar dos rodetes ( $90/58,7 = 1,53$ ); la  $n_q$  de cada uno sería,

$$n_q = \frac{n \cdot Q^{*1/2}}{H^{*3/4}} = \frac{1500 \cdot 0,02^{1/2}}{(90/2)^{3/4}} = 12,21$$

$$\mathbf{d)} \quad H^{*3/4} = \frac{n \cdot Q^{*1/2}}{n_q} = \frac{1500 \cdot 0,02^{1/2}}{16} = 13,3$$

$$H = 31,4 \text{ m}$$

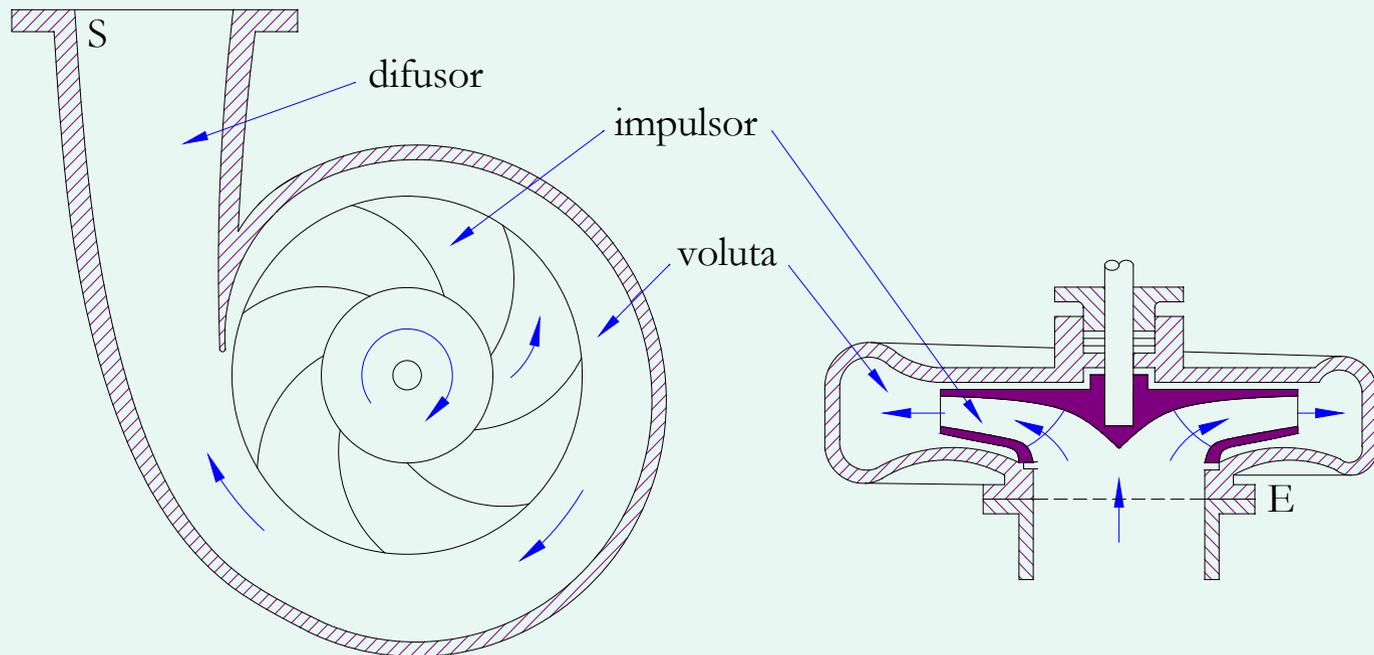
Tres rodetes ( $90/31,4 = 2,87$ ); la  $n_q$  de cada uno sería,

$$n_q = \frac{n \cdot Q^{*1/2}}{H^{*3/4}} = \frac{1500 \cdot 0,02^{1/2}}{(90/3)^{3/4}} = 16,55$$

# Descripción de una bomba centrífuga

El flujo llega al *rodete* a través de un conducto perpendicular al él.

Entra en el mismo sin energía y sale con energía de presión ( $p_2/\gamma$ ) y de velocidad ( $c_2^2/2g$ ). Fuera del rodete, ésta ha de pasar también a energía de presión en la voluta, lo que va a originar pérdidas; interesan pues  $c_2$  pequeñas.



Entra el flujo en el rodete con la velocidad  $c_1$  ( $c_{a1}$   $c_{r1}$   $c_{u1}$ ?) y sale con la velocidad  $c_2$  ( $c_{r2}$   $c_{u2}$ ).

A la resultante de  $c_a$  y  $c_r$  se le llama *velocidad meridiana*  $c_m$ :

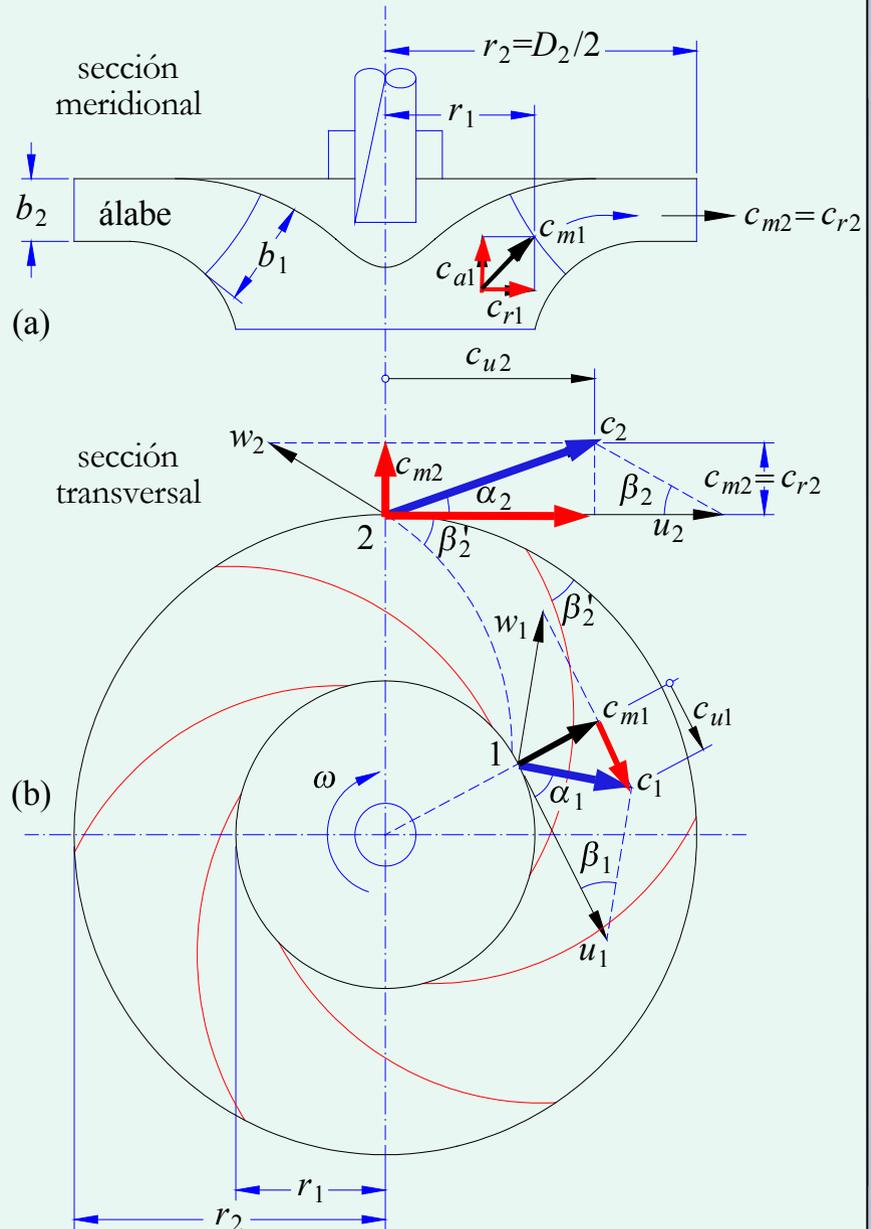
$$c_m^2 = c_a^2 + c_r^2$$

Si no hay componente axial

$$c_m = c_r$$

Si no hay componente radial

$$c_m = c_a$$



# Triángulos de velocidades

## Caudal

$$Q_r = S_1 \cdot c_{m1} = S_2 \cdot c_{m2}$$

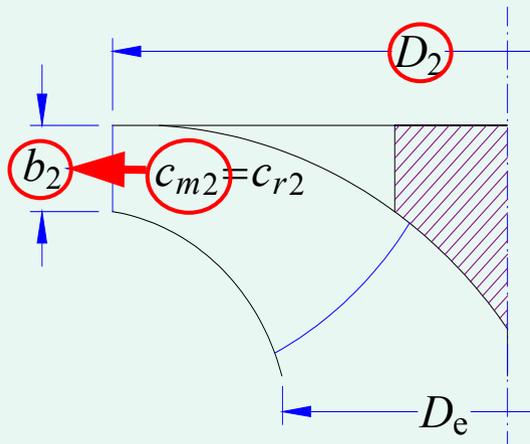
Si  $D_2$  es el diámetro, o diámetro medio, del rodete ( $k = 0,95$ ):

$$Q_r = S_2 \cdot c_{m2} = k \cdot \pi \cdot D_2 \cdot b_2 \cdot c_{m2}$$

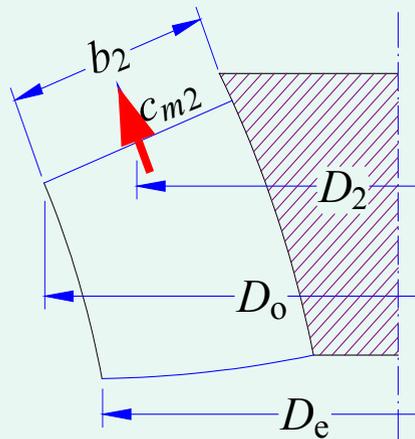
a) en las bombas centrífugas,  $c_{m2} = c_{r2}$

b) en las bombas axiales,  $c_{m2} = c_{a2}$

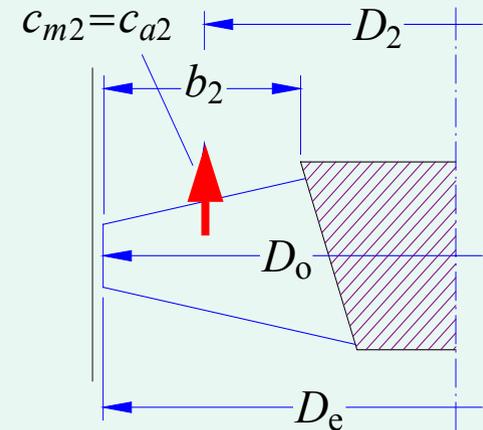
centrífuga



flujo mixto



flujo axial



## *Triángulo de entrada. Prerrotación*

Generalmente, para el caudal de diseño  $Q^*$ , el líquido no rota en el conducto de acceso al rodete.

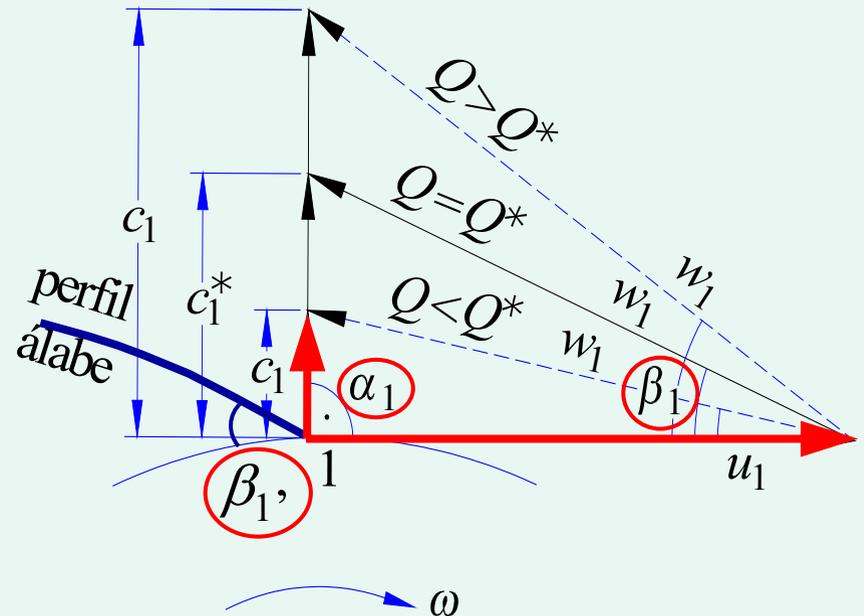
$$c_{u1} = 0 \quad \alpha_1 \approx 90^\circ \quad c_1 = c_{m1}$$

Para  $Q > Q^*$ ,  $c_{m1}$  aumenta ( $Q_r = S_1 \cdot c_{m1}$ )

Para  $Q < Q^*$ ,  $c_{m1}$  disminuye.

### *Hipótesis a)*

El líquido sigue sin rotar en el conducto de acceso ( $\alpha_1 \approx 90^\circ$ ):  $\beta_1$  varía respecto al  $\beta_1'$  que tienen los álabes del rodete a la entrada. Se producen choques.



## Hipótesis b)

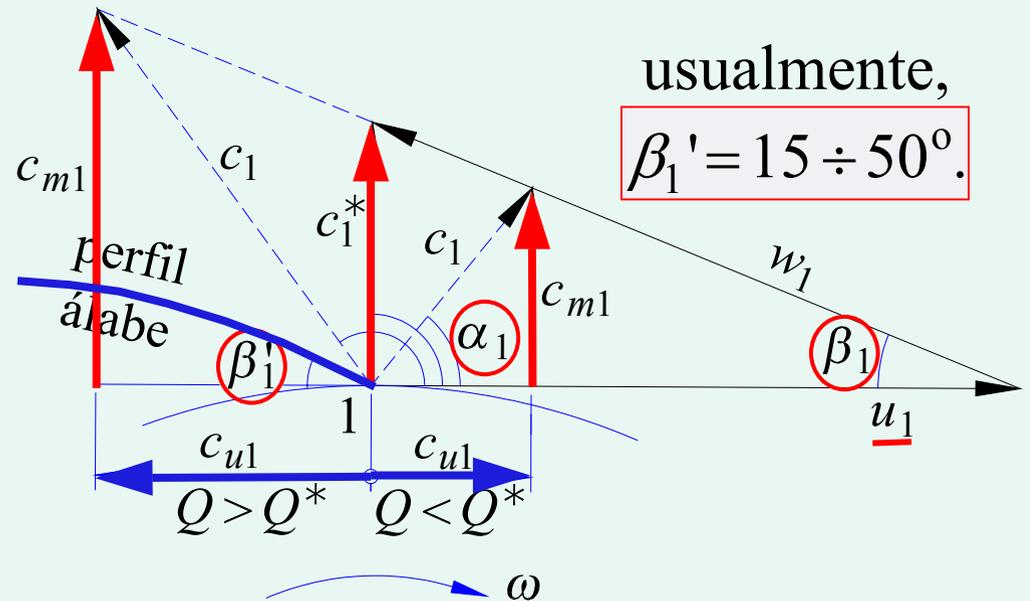
El líquido entra tangente a los álabes ( $\beta_1 \approx \beta_1'$ ):  $\alpha_1$  varía respecto de los  $90^\circ$  de diseño.

El flujo sufre una rotación previa en la tubería de acceso ( $c_{u1} \neq 0$ ), en el sentido de  $\vec{u}$

si  $Q < Q^*$  ( $Q_r = S_1 \cdot c_{m1}$ )

y en sentido contrario

si  $Q > Q^*$ .



**Esta hipótesis es la válida: menos pérdidas.**

## Triángulo de salida

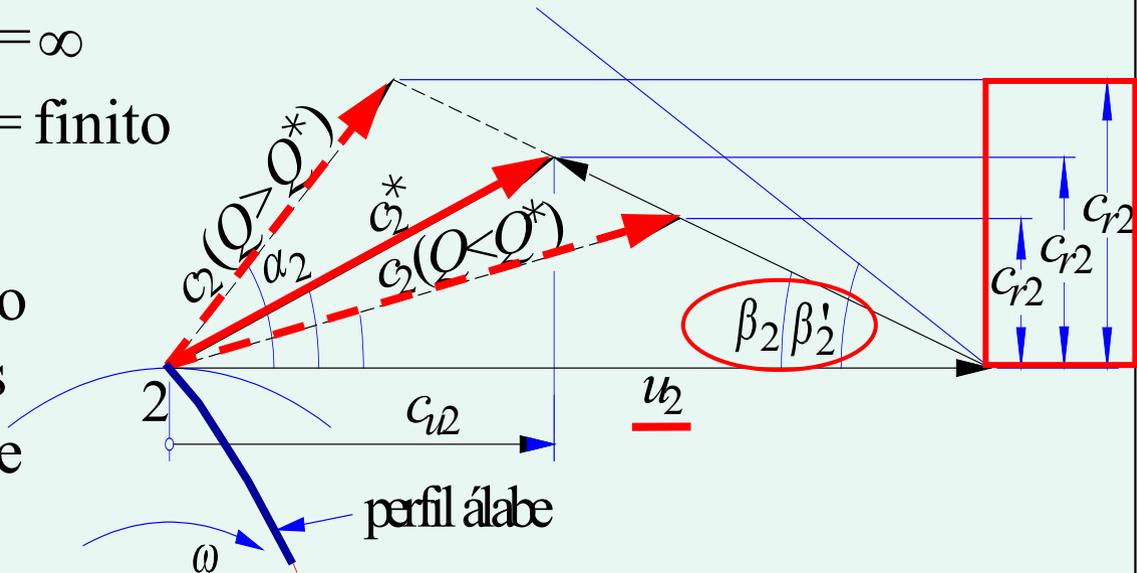
a)  $\vec{u}_2$  es la misma para cualquier caudal.

b)  $\beta_2$  es casi el mismo para cualquier caudal:

$$\beta_2 = \beta_2' \text{ si } z = \infty$$

$$\beta_2 < \beta_2' \text{ si } z = \text{finito}$$

$\beta_2'$  es el mismo en todo el ancho  $b_2$  en bombas centrífugas, y diferente en bombas hélice o hélicocentrífuga.



c)  $c_2$  y  $\alpha_2$  varían cuando varía el caudal:

$$Q_r = S_2 \cdot c_{r2}$$

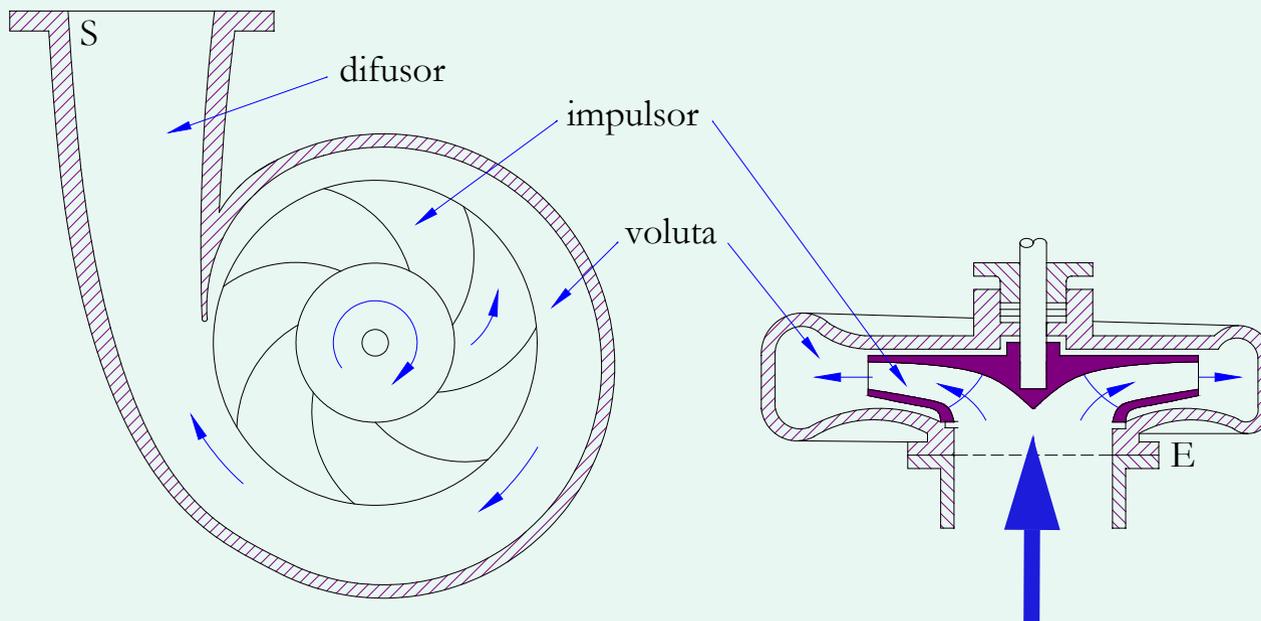
# Ecuación de Euler

$$g \cdot H_{t,\infty} = u_2 \cdot c_2 \cdot \cos \alpha_2 - u_1 \cdot c_1 \cdot \cos \alpha_1$$

En general, en condiciones de diseño, no hay prerrotación:

$$\alpha_1^* = 90^\circ$$

$$g \cdot H_{t,\infty} = u_2 \cdot c_2 \cdot \cos \alpha_2 = u_2 \cdot c_{u2}$$



Veamos cómo varían en una bomba centrífuga ( $c_{m2} = c_{r2}$ )  $c_2$  y  $H_t$  cuando aumentamos el caudal ( $Q_r = S_2 \cdot c_{r2}$ ):

$\beta_2' < 90^\circ$  (álabe curvado hacia atrás)

$\beta_2' = 90^\circ$  (álabe radial)

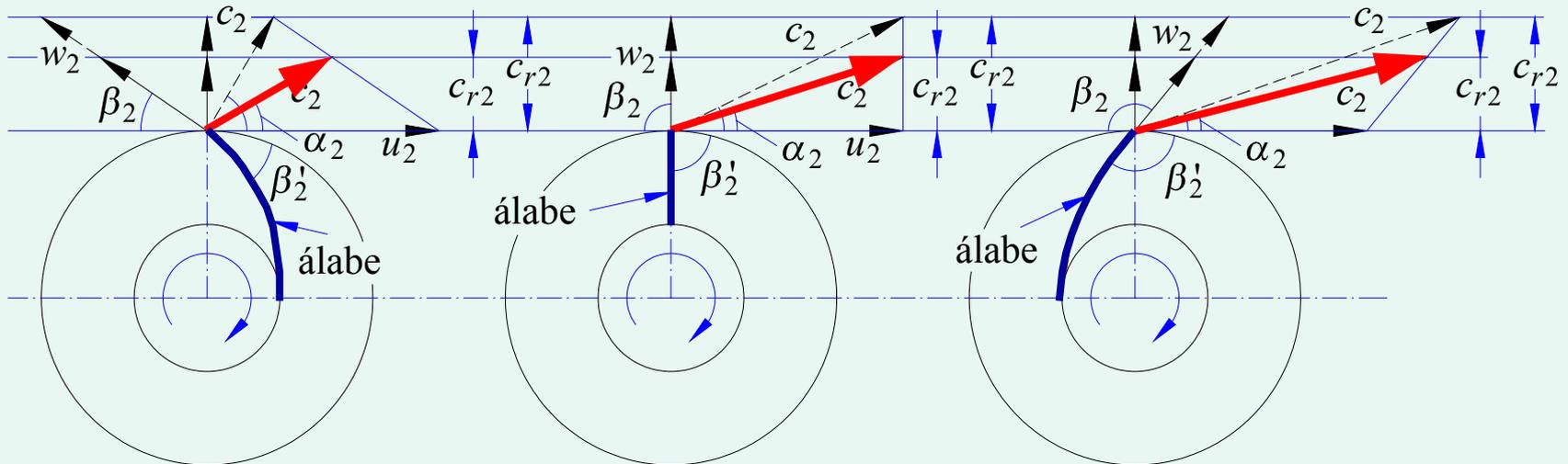
$\beta_2' > 90^\circ$  (álabe curvado hacia adelante)

$\beta_2' > 90^\circ$  no interesa:  $c_2$  más elevadas.

usualmente,

$$\beta_1' = 15 \div 50^\circ.$$

Suponiendo,  $\beta_2 = \beta_2'$  (infinitos álabes)



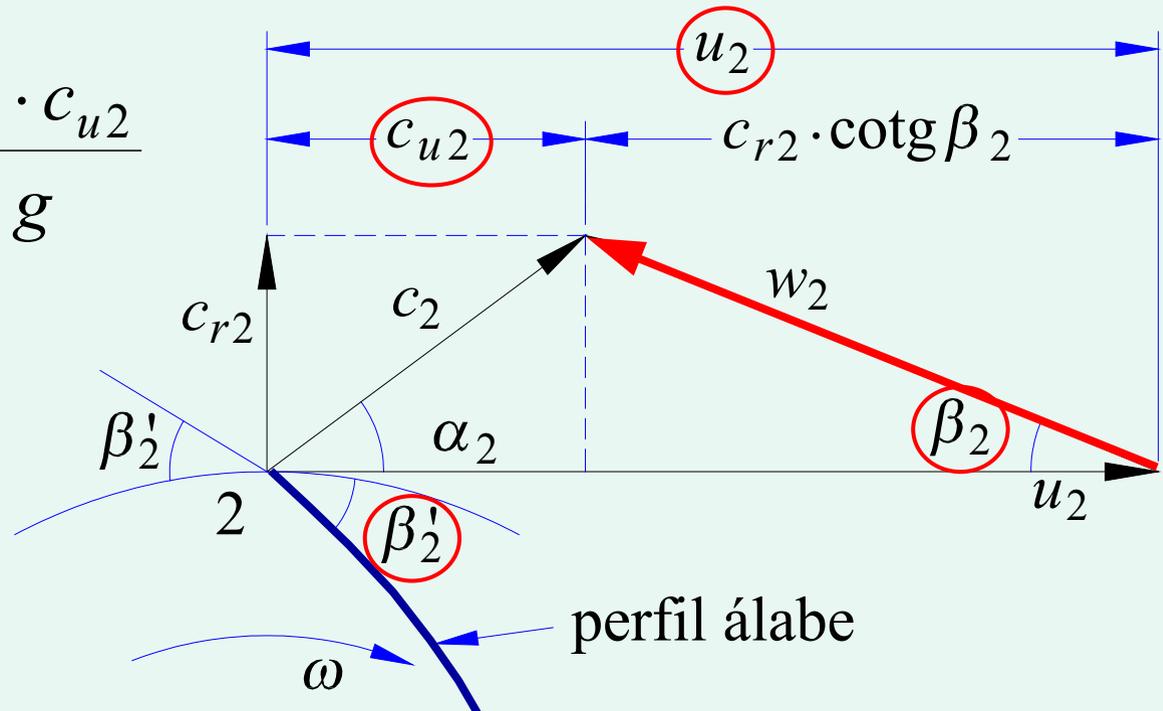
# Curva motriz teórica para infinitos álabes

No hay pérdidas:  $H = H_t$  y  $Q = Q_r$ .

$$H_{t,\infty} = H(Q)$$

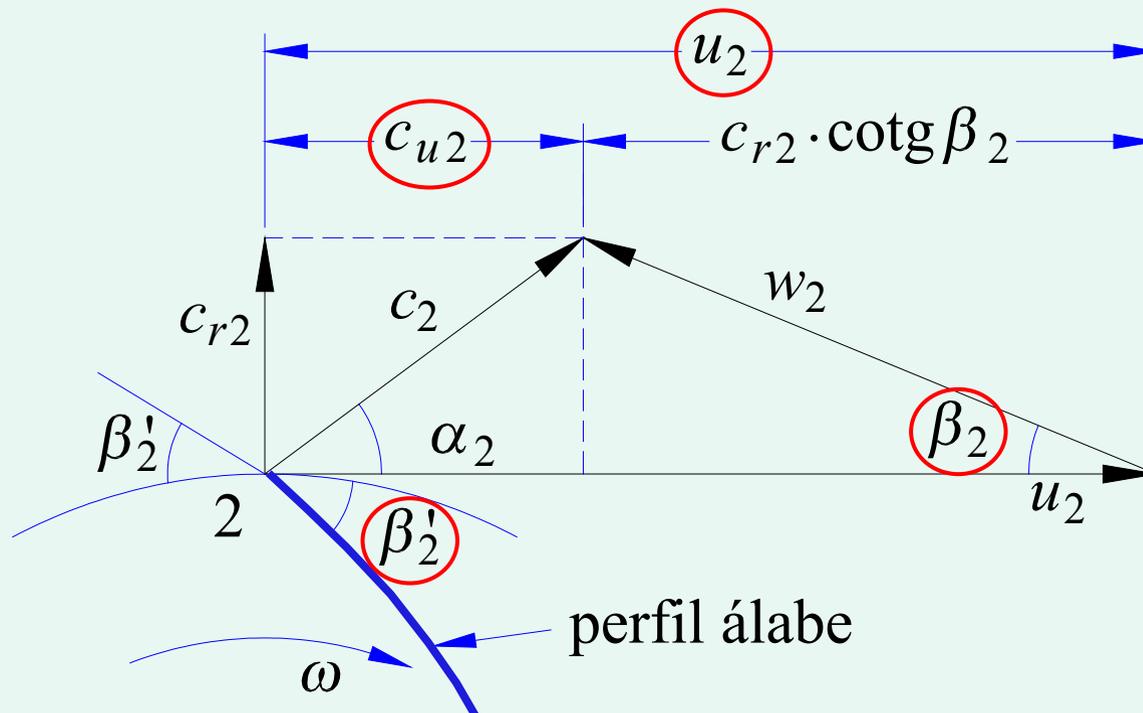
$H_{t,\infty}$  es doblemente teórica ( $\beta_2 = \beta_2'$ ):

$$H = H_{t,\infty} = \frac{u_2 \cdot c_{u2}}{g}$$



$$c_{u2} = u_2 - c_{r2} \cdot \cotg \beta_2 \quad Q_r = S_2 \cdot c_{r2} = k \cdot \pi \cdot D_2 \cdot b_2 \cdot c_{r2}$$

$$c_{u2} = u_2 - \frac{Q_r}{k \cdot \pi \cdot D_2 \cdot b_2} \cdot \cotg \beta_2$$



$$H = H_{t,\infty} = \frac{u_2 \cdot c_{u2}}{g}$$

$$c_{u2} = u_2 - \frac{Q_r}{k \cdot \pi \cdot D_2 \cdot b_2} \cdot \cotg \beta_2$$

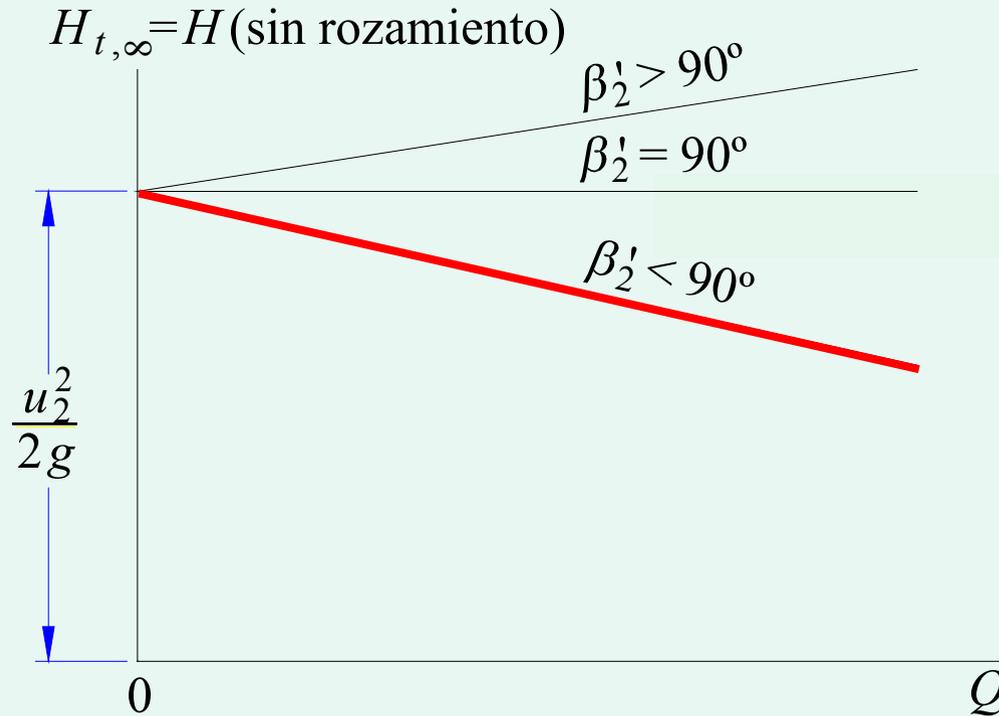
Sustituimos:

$$H = H_{t,\infty} = \frac{u_2^2}{g} - \frac{u_2 \cdot \cotg \beta_2'}{g \cdot k \cdot \pi \cdot D_2 \cdot b_2} \cdot Q$$

$$H = c + a \cdot Q$$

ecuación de una recta.

Pudiera que,  $\beta_2' > 90^\circ$ ,  $\beta_2' = 90^\circ$   $\beta_2' < 90^\circ$ :



No conviene una *curva motriz* creciente, pues la *resistente* también lo es, y podrían cortarse en dos puntos: *oscilaciones de bombeo*.

Lo habitual es que  $\beta_2'$  varíe entre  $15^\circ$  y  $35^\circ$ , y más frecuente entre  $20^\circ$  y  $25^\circ$ .

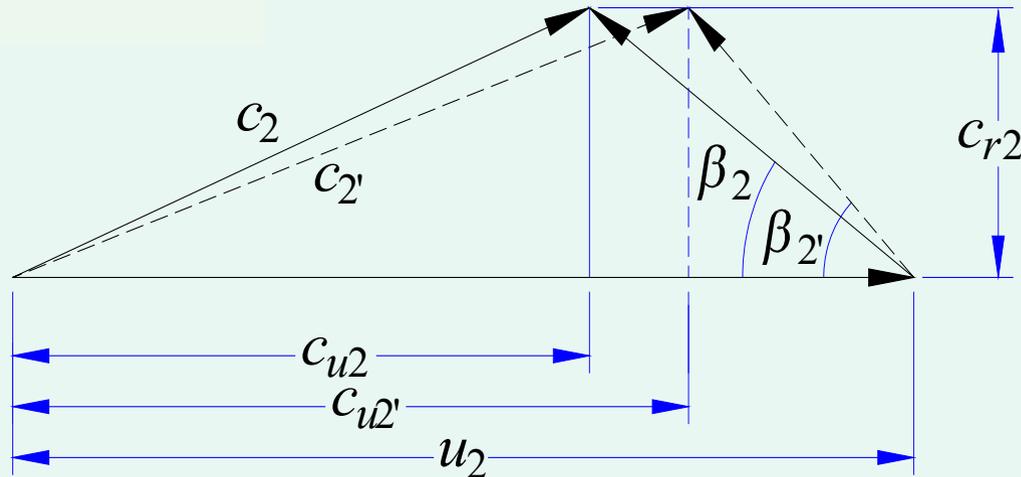
# Curva motriz teórica para z álabes

Con z de álabes,  $\beta_2 < \beta_2'$ : menor  $c_{u2}$  ( $c_{u2} < c_{u2}'$ ). Y como,

$$H_t = \frac{u_2 \cdot c_{u2}}{g} \quad H_{t,z} < H_{t,\infty}.$$

Podemos escribir,

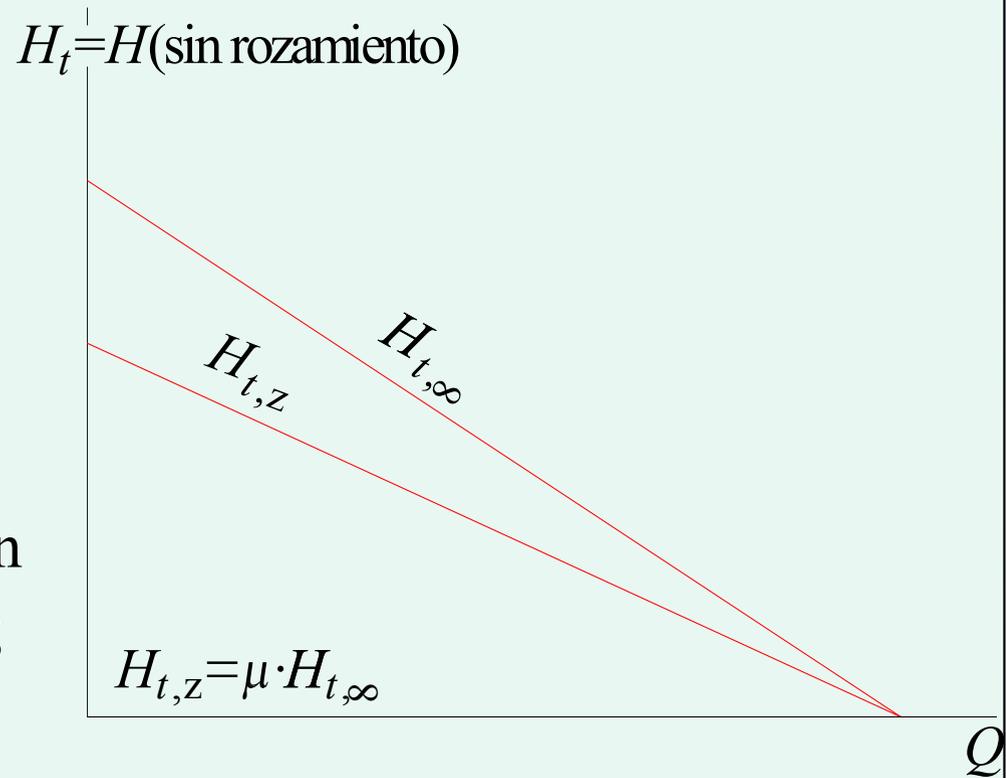
$$H_{t,z} = \mu \cdot H_{t,\infty}$$



Según Pfleiderer,

$$\mu = \frac{1}{1 + \frac{1,2 \cdot (1 + \text{sen } \beta_2')}{z \cdot \left[ 1 - \left( \frac{D_1}{D_2} \right)^2 \right]}}$$

La menor  $H_{t,z}$  con relación a  $H_{t,\infty}$ , no es una pérdida; se trata simplemente de prestaciones diferentes.



## EJERCICIO

Si,  $D_1 = 200$  mm,  $D_2 = 500$  mm y  $\beta_2' = 25^\circ$ , determínese el coeficiente  $\mu$  de Pfleiderer para un impulsor de 6 álabes.

## Solución

$$\begin{aligned}\mu &= \frac{1}{1 + \frac{1,2 \cdot (1 + \operatorname{sen} \beta_2')}{z \cdot \left[ 1 - \left( \frac{D_1}{D_2} \right)^2 \right]}} = \\ &= \frac{1}{1 + \frac{1,2 \cdot (1 + \operatorname{sen} 25^\circ)}{6 \cdot \left[ 1 - \left( \frac{0,2}{0,5} \right)^2 \right]}} = 0,747\end{aligned}$$

# Curva motriz real

Para  $z$  álabes,

$$H = \mu \cdot \left( \frac{u_2^2}{g} - \frac{u_2 \cdot \cotg \beta_2'}{g \cdot k \cdot \pi \cdot D_2 \cdot b_2} \cdot Q \right)$$

A válvula cerrada ( $Q=0$ ),

- teórica,  $\infty$  álabes:

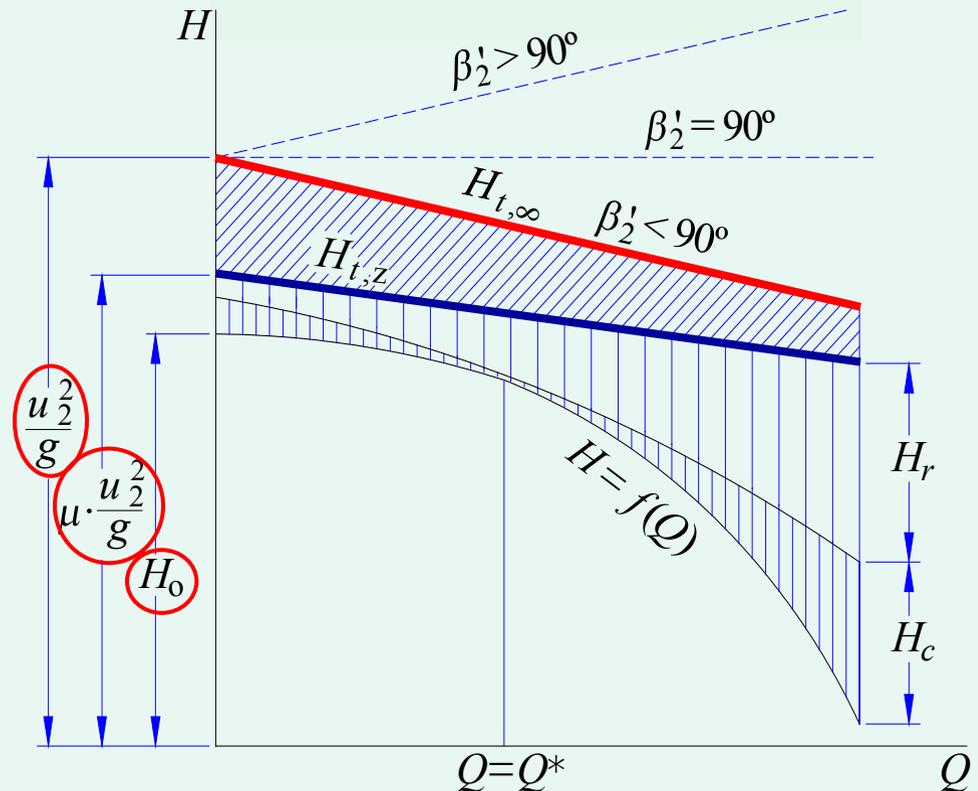
$$H_{Q=0} = u_2^2 / g$$

- teórica,  $z$  álabes:

$$H_{Q=0} = \mu \cdot u_2^2 / g$$

- real,  $z$  álabes ( $Q_r = q$ ):

$$H_{Q=0} < \mu \cdot u_2^2 / g$$



A válvula abierta ( $Q > 0$ ),

a) pérdidas por rozamiento:

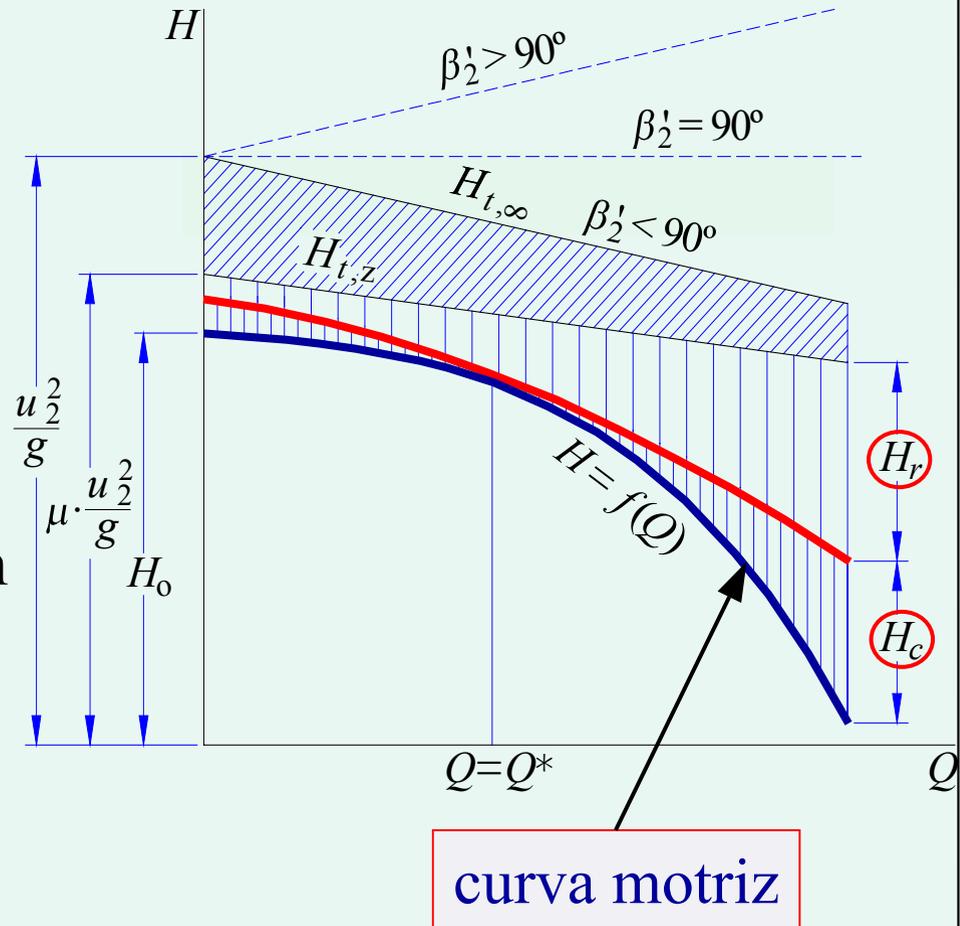
$$H_r = K_r \cdot Q^2$$

b) pérdidas por choques:

$$H_c = K_c \cdot (Q - Q^*)^2$$

Son nulas en condiciones de diseño ( $Q = Q^*$ ); y aumentan con la diferencia ( $Q - Q^*$ ).

No es posible computar por separado estas pérdidas.



$$H = (c' + a' \cdot Q) - K_r \cdot Q^2 - K_c \cdot (Q - Q^*)^2$$

$$H = H_{t,z} - H_r - H_c$$

$$H = c + b \cdot Q + a \cdot Q^2$$

Es la **curva motriz**; su gráfica se obtiene en un banco de ensayos.

Si se precisa la expresión matemática podría hacerse un ajuste mediante el método de los mínimos cuadrados.

Si sólo necesitamos ajustar el trozo de curva en el que nos vayamos a mover en cada caso, es suficiente ajustar a la expresión,

$$H = c + a \cdot Q^2$$

## EJERCICIO

Por el método de los mínimos cuadrados, ajustar la *curva motriz* a la expresión,

$$H = c + a \cdot Q^2$$

## Solución

La diferencia  $[H - (c + a \cdot Q^2)]$  es pequeña (teóricamente nula) para cualquier punto; más aún el cuadrado de la misma,

$$[H - (c + a \cdot Q^2)]^2$$

Se toman  $n$  puntos reales, se sustituyen en la expresión anterior y se suman:

$$S = \Sigma [H_i - (c + a \cdot Q_i^2)]^2$$

$$S = \Sigma [H_i - (c + a \cdot Q_i^2)]^2$$

Derivamos respecto a **c** y respecto a **a**, e igualamos ambas a cero:

$$\partial S / \partial c = 0$$

$$\partial S / \partial a = 0$$

$$\Sigma H_i - n \cdot c - a \cdot \Sigma Q_i^2 = 0$$

$$\Sigma (H_i \cdot Q_i^2) - c \cdot \Sigma Q_i^2 - a \cdot \Sigma Q_i^4 = 0$$

Resolviendo este sistema de ecuaciones, se obtienen los coeficientes **a** y **c**.

## EJERCICIO

De la curva característica  $H = H(Q)$  de una bomba tomamos los siguientes puntos:

$Q$ m <sup>3</sup> /h	50	100	150	200	250	275	300
$H$ m	53	50	47	42,5	36	32	27,5

Ajústese a la expresión,

$$H = c + a \cdot Q^2$$

## Solución

$$\Sigma H_i - n \cdot c - a \cdot \Sigma Q_i^2 = 0$$

$$\Sigma (H_i \cdot Q_i^2) - c \cdot \Sigma Q_i^2 - a \cdot \Sigma Q_i^4 = 0$$

$H_i$	$Q_i^2 \cdot 10^3$	$H_i \cdot Q_i^2 \cdot 10^3$	$Q_i^4 \cdot 10^6$
53,0	0,193	10,23	0,037
50,0	0,772	38,60	0,595
47,0	1,736	81,59	3,014
42,5	3,086	131,15	9,526
36,0	4,822	173,59	23,257
32,0	5,835	186,72	34,050
27,5	6,944	190,96	48,225
$\Sigma=288,0$	$\Sigma=23,388$	$\Sigma=812,84$	$\Sigma=118,70$

$$\Sigma H_i - n \cdot c - a \cdot \Sigma Q_i^2 = 0 \quad || \quad \Sigma(H_i \cdot Q_i^2) - c \cdot \Sigma Q_i^2 - a \cdot \Sigma Q_i^4 = 0$$

$$\left\{ \begin{array}{l} 288,0 - 7 \cdot c - 23,388 \cdot 10^{-3} \cdot a = 0 \\ 812,84 - 23,388 \cdot c - 118,7 \cdot 10^{-3} \cdot a = 0 \end{array} \right.$$

$$a = -368$$

$$c = 53,44$$

$$H = 53,44 - 3680 \cdot Q^2 \quad (Q \text{ en m}^3/\text{s})$$

Las alturas obtenidas con la ecuación,

$$H = 53,44 - 3680 \cdot Q^2 \quad (Q \text{ en m}^3/\text{s})$$

están, como puede verse, muy próximas a las reales:

$Q \text{ m}^3/\text{h}$	50	100	150	200	250	275	300
$H \text{ m}$	53	50	47	42,5	36	32	27,5
$H \text{ m}$	52,7	50,6	47,1	42,1	35,7	32	27,9

# Potencias

## *Potencia útil $P$*

$$P = \gamma \cdot Q \cdot H$$

$Q$  se mide con un caudalímetro y  $H$  con dos manómetros:

$$H = (p_S - p_E) / \gamma.$$

## *Potencia exterior en el eje $P_e$*

$$P_e = M \cdot \omega$$

El par motor  $M$  se mide con un dinamómetro y la velocidad angular  $\omega$  con un tacómetro.

# Rendimiento global

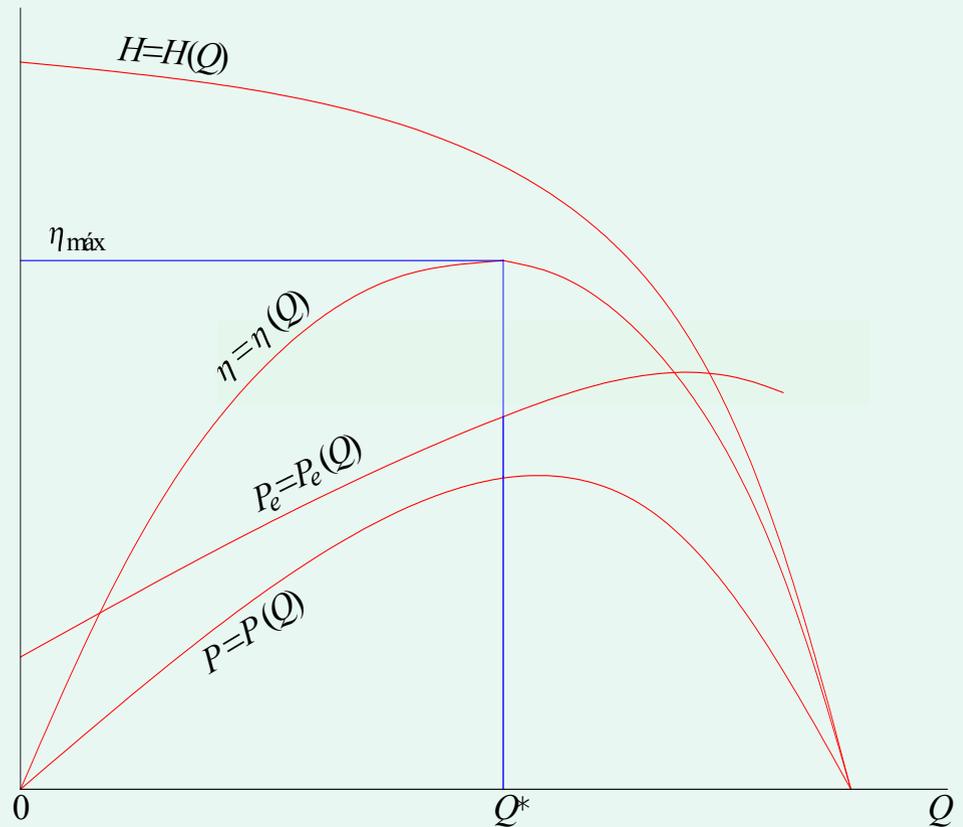
$$\eta = \frac{P}{P_e}$$

Con un  $\omega$  concreto, obtenemos  $Q$ ,  $H$  y  $P_e$  en varios puntos.

Con ello obtenemos las curvas:

$$H = H(Q), P = P(Q),$$

$$P_e = P_e(Q), \eta = \eta(Q).$$



De estas cuatro curvas, el fabricante suele dar

$$H = H(Q) \text{ y } P_e = P_e(Q)$$

o bien,

$$H = H(Q), \text{ y } \eta = \eta(Q)$$

Si no nos dieran  $\eta = \eta(Q)$ , conviene obtenerla, para conocer los rendimientos en los que nos estamos moviendo:

$$\eta = \frac{\gamma \cdot Q \cdot H}{P_e}$$

La curva  $\eta = \eta(Q)$  puede ajustarse a,

$$\eta = d \cdot Q + e \cdot Q^2$$

también por el método de mínimos cuadrados:

$$S = \Sigma(\eta_i - d \cdot Q_i - e \cdot Q_i^2)^2$$

Derivamos e igualamos a cero:

$$\partial S / \partial d = 0$$

$$\partial S / \partial c = 0$$

$$\left. \begin{aligned} \Sigma(\eta_i \cdot Q_i) - d \cdot \Sigma Q_i^2 - e \cdot \Sigma Q_i^3 &= 0 \\ \Sigma(\eta_i \cdot Q_i^2) - d \cdot \Sigma Q_i^3 - e \cdot \Sigma Q_i^4 &= 0 \end{aligned} \right\}$$

Resolviendo este sistema de ecuaciones, se obtienen los coeficientes ***d*** y ***e***.

## EJERCICIO

En la bomba del ejercicio anterior, tenemos:

$Q$ m <sup>3</sup> /h	50	100	150	200	250	275	300
$H$ m	53	50	47	42,5	36	32	27,5
$Pe$ CV	35	38	40,5	43	45,5	46,5	48

a) Calcúlense  $P = P(Q)$  y  $\eta = \eta(Q)$ . Estímese también el caudal  $Q^*$  de diseño.

b) Determinéense los coeficientes  $d$  y  $e$ :

$$\eta = d \cdot Q + e \cdot Q^2$$

ajustados a los 5 últimos puntos, y obténgase el caudal  $Q^*$  de diseño.

## Solución

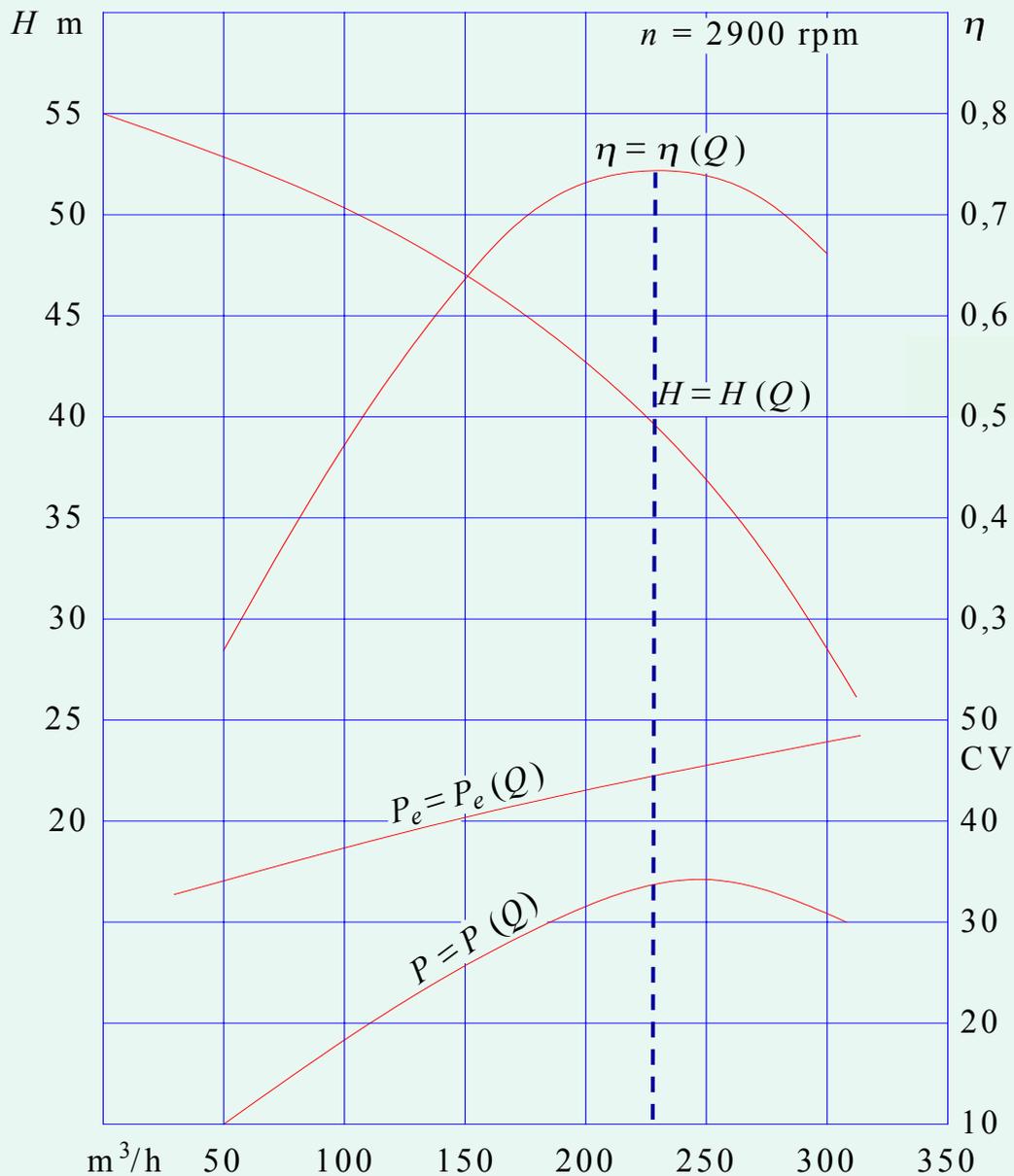
a) Mediante las fórmulas,

$$P = \gamma \cdot Q \cdot H$$

$$\eta = \frac{P}{P_e}$$

se obtiene:

$Q$ m <sup>3</sup> /h	50	100	150	200	250	275	300
$H$ m	53	50	47	42,5	36	32	27,5
$P_e$ CV	35	38	40,5	43	45,5	46,5	48
$P$ CV	9,8	18,5	26,1	31,5	33,3	32,6	30,6
$\eta$	0,28	0,49	0,64	0,73	0,73	0,70	0,64



Caudal de diseo  
:  $Q^* \approx 230 \text{ m}^3/\text{h}$ .

$$\left. \begin{aligned}
 \text{b) } \Sigma(\eta_i \cdot Q_i) - d \cdot \Sigma Q_i^2 - e \cdot \Sigma Q_i^3 &= 0 \\
 \Sigma(\eta_i \cdot Q_i^2) - d \cdot \Sigma Q_i^3 - e \cdot \Sigma Q_i^4 &= 0
 \end{aligned} \right\}$$

Para los 5 últimos puntos:

$\eta \cdot Q_i \cdot 10^3$	$\eta \cdot Q_i^2 \cdot 10^3$	$Q_i^2 \cdot 10^3$	$Q_i^3 \cdot 10^3$	$Q_i^4 \cdot 10^6$
26,7	1,111	1,736	0,0723	3,014
40,6	2,253	3,086	0,1715	9,526
50,7	3,520	4,822	0,3349	23,257
53,5	4,085	5,835	0,4457	34,050
53,3	4,444	6,944	0,5787	48,225
S=224,8	S=15,41	S=22,42	S=1,603	S=118,1

$$\left. \begin{aligned} 224,8 - 22,423 \cdot d - 1,6031 \cdot e &= 0 \\ 15,413 - 1,6031 \cdot d - 0,11807 \cdot e &= 0 \end{aligned} \right\}$$

$$e = -190 \quad d = 23,63$$

$$\eta = 23,63 \cdot Q - 190 \cdot Q^2 \quad (Q \text{ en m}^3/\text{s})$$

Los valores obtenidos con la ecuación están, como puede verse, muy próximos a los reales:

$Q$ m <sup>3</sup> /h	150	200	250	275	300
$\eta$ (real)	0,64	0,73	0,73	0,70	0,64
$\eta$ (ecuación)	0,655	0,726	0,725	0,696	0,650

El caudal  $Q^*$  de diseño es el correspondiente al máximo valor de  $\eta$ . Analíticamente,

$$\frac{d\eta}{dQ} = 23,63 - 380 \cdot Q^* = 0 \quad Q^* = 0,0622 \text{ m}^3/\text{s} = 224 \text{ m}^3/\text{h}$$

## Velocidad angular variable

Las características de una bomba varían con la velocidad. Esto tiene interés, por ejemplo:

- a) Cuando la bomba es arrastrada por un motor térmico y su velocidad pueda cambiarse según necesidad.
- b) Cuando el caudal de la instalación es variable, puede interesar colocarle al motor eléctrico un variador de frecuencia.
- c) Una misma bomba con motores diferentes da prestaciones también diferentes; como si fuera otra bomba.

## *Leyes de semejanza*

$$\frac{Q}{Q_1} = \lambda^3 \cdot \frac{n}{n_1} \quad \bigg| \quad \frac{H}{H_1} = \lambda^2 \cdot \left(\frac{n}{n_1}\right)^2 \quad \bigg| \quad \frac{P_e}{P_{e1}} = \lambda^5 \cdot \left(\frac{n}{n_1}\right)^3$$

Para  $\lambda = 1$ :

$\frac{Q}{Q_1} = \frac{n}{n_1}$	$\frac{H}{H_1} = \left(\frac{n}{n_1}\right)^2$	$\frac{P_e}{P_{e1}} = \left(\frac{n}{n_1}\right)^3$
---------------------------------	--	---

Las tres han de cumplirse simultáneamente y sólo serán válidas para comparar situaciones análogas, o de igual rendimiento.

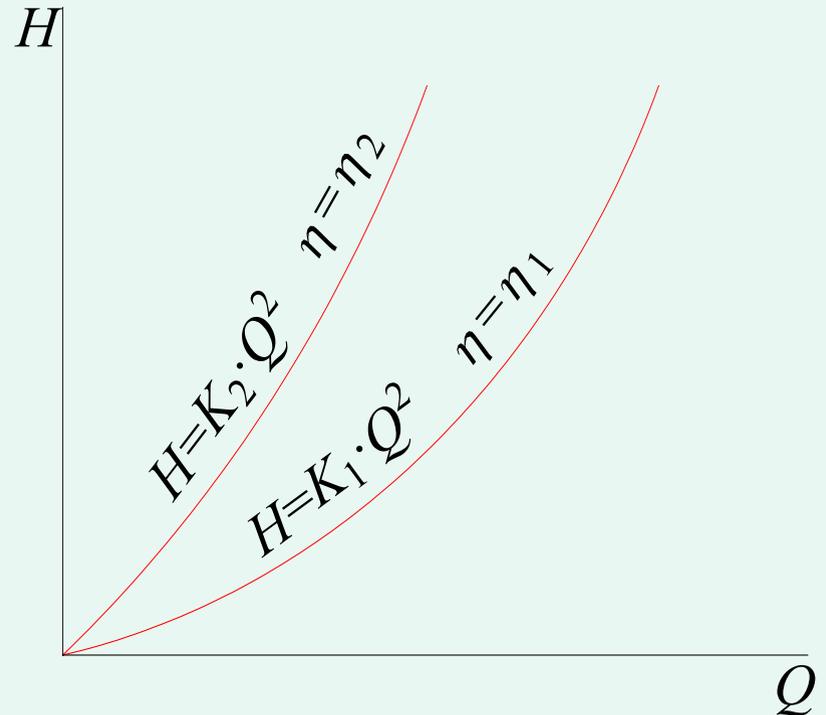
# Curvas isorrendimiento

Eliminamos  $n/n_1$  entre las dos primeras:

$$\frac{H}{H_1} = \left( \frac{Q}{Q_1} \right)^2; \quad H = \frac{H_1}{Q_1^2} \cdot Q^2 = K_1 \cdot Q^2$$

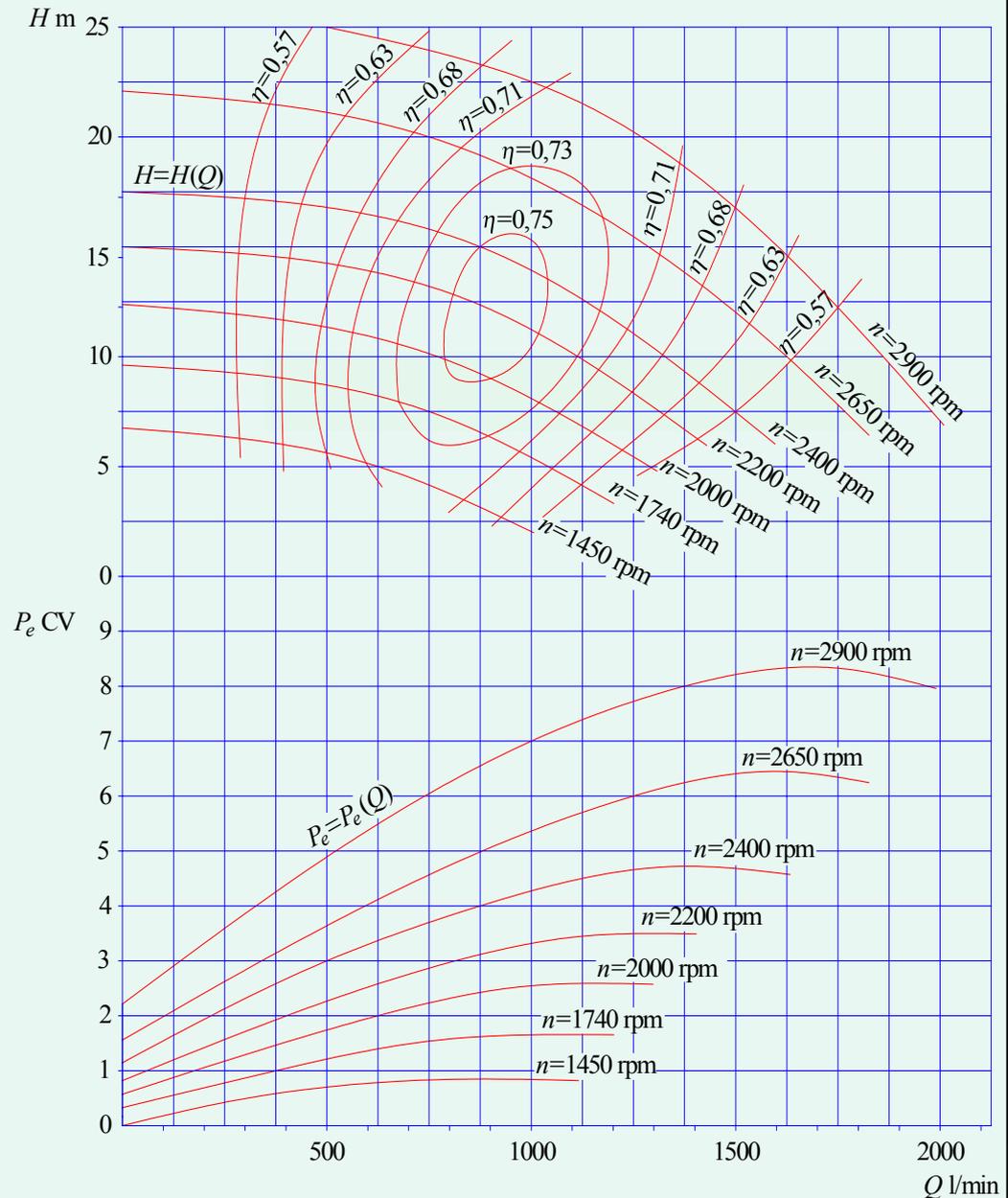
$$H = K \cdot Q^2$$

Son parábolas que pasan por el origen. Cada valor de  $K$  da lugar a una curva diferente.



Las leyes de semejanza no se cumplen para caudales pequeños.

Las **curvas isorrendimiento** han de obtenerse mediante ensayos; son más bien **elipses**:



## EJERCICIO

Los datos de la bomba,

$Q$ m <sup>3</sup> /h	50	100	150	200	250	275	300
$H$ m	53	50	47	42,5	36	32	27,5
$P_e$ CV	35	38	40,5	43	45,5	46,5	48

son para 2400 rpm. Calcularlos para 2900 rpm.

## Solución

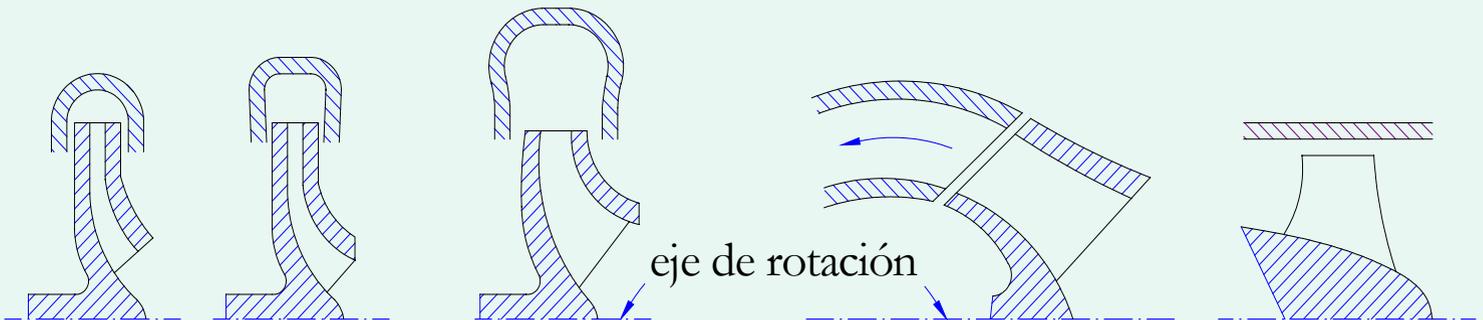
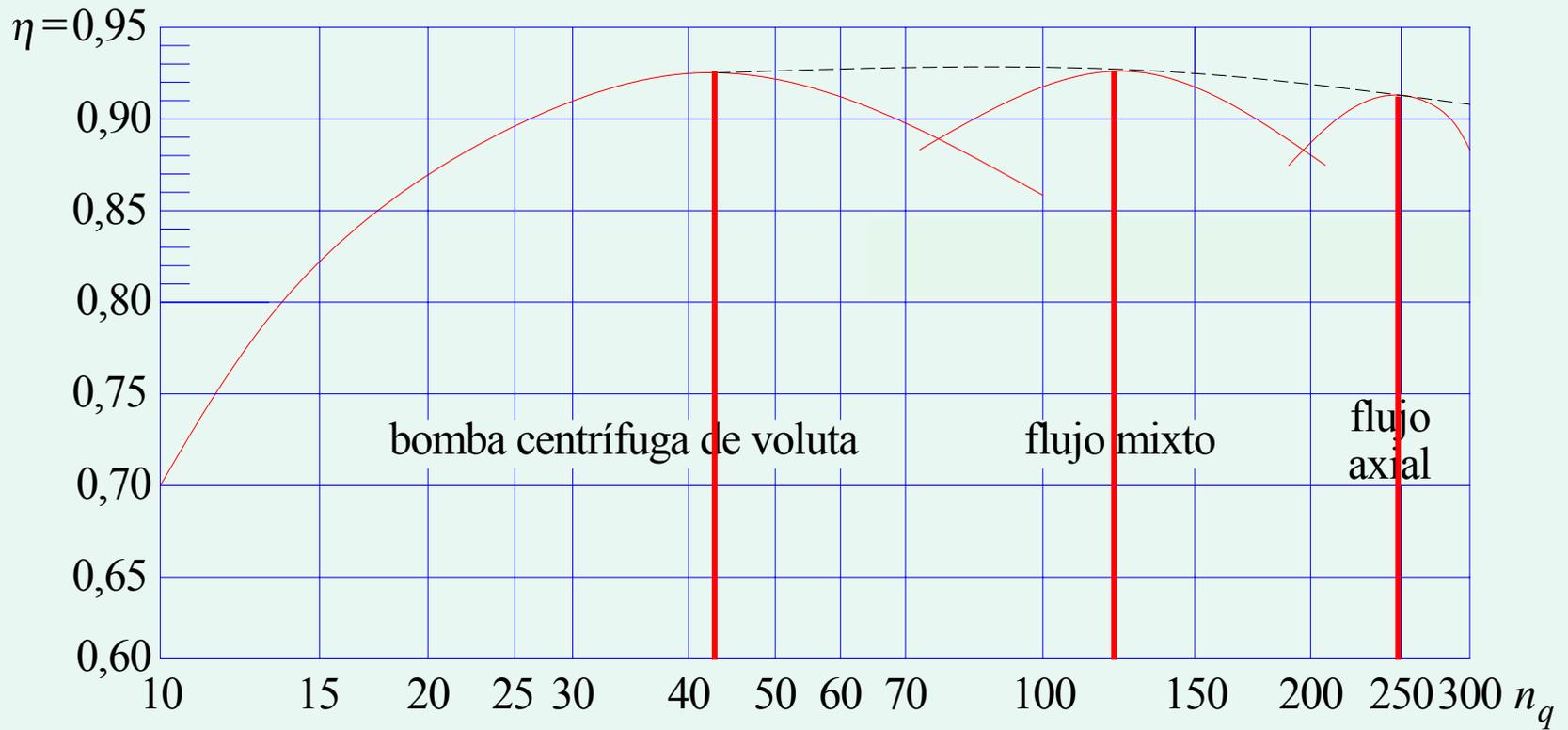
$$n/n_1 = 2900/2400 = 1,208:$$

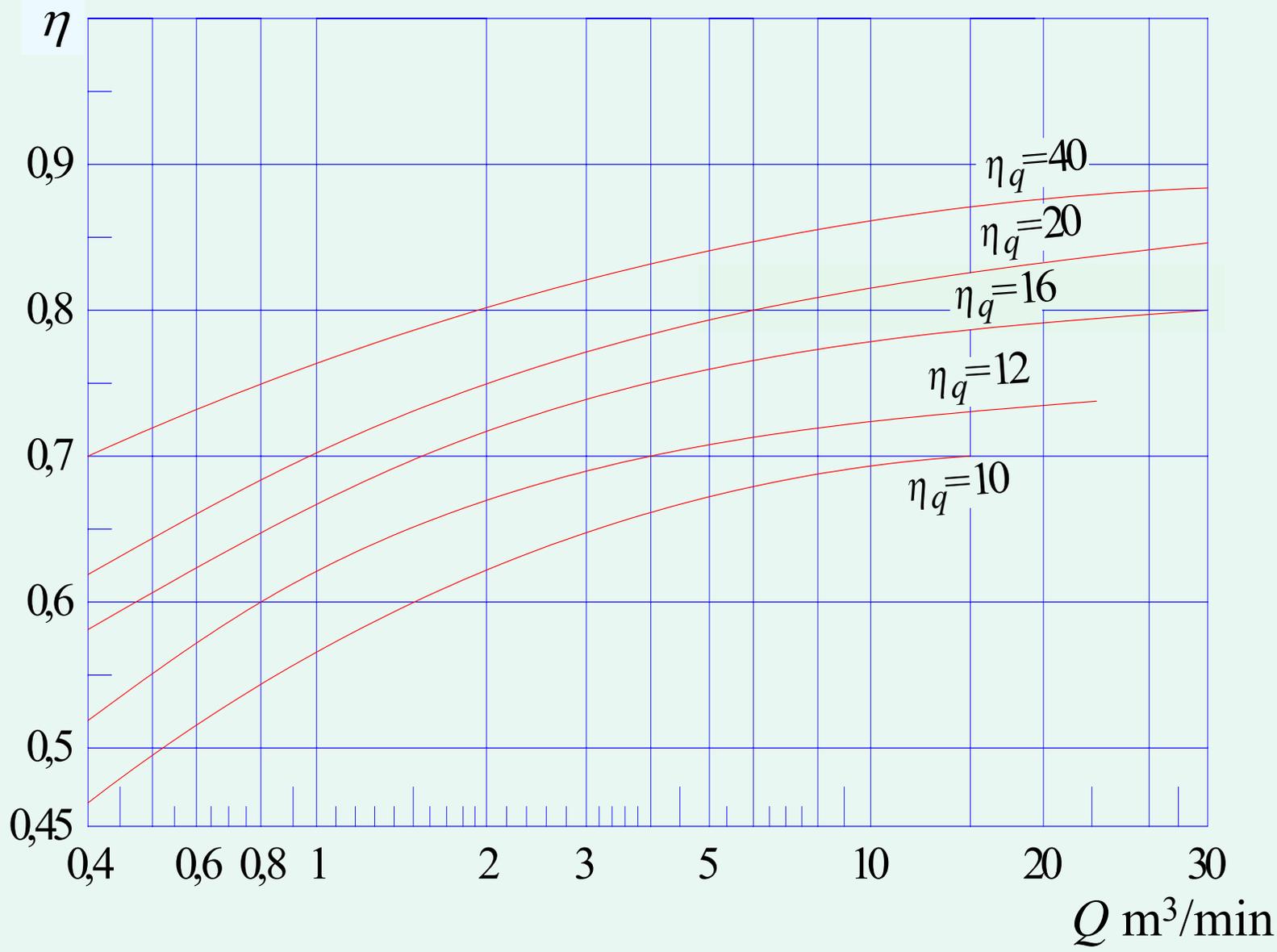
$$\frac{Q}{Q_1} = \frac{n}{n_1} = 1,208 \quad \frac{H}{H_1} = \left(\frac{n}{n_1}\right)^2 = 1,460 \quad \frac{P_e}{P_{e1}} = \left(\frac{n}{n_1}\right)^3 = 1,764$$

## Nuevos valores:

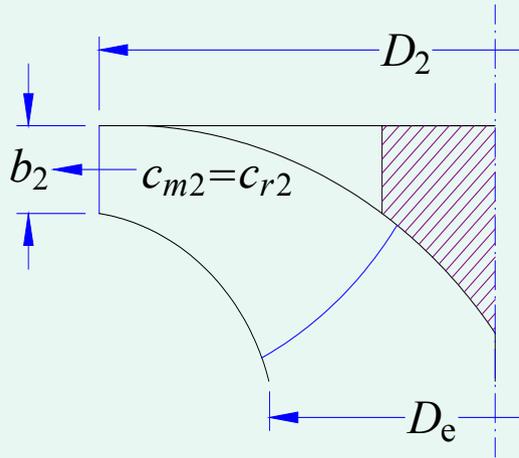
$Q$ m <sup>3</sup> /h	60,4	120,8	181,2	241,7	302,1	332,3	362,5
$H$ m	77,4	73,0	68,6	62,1	52,7	46,7	40,2
$P_e$ CV	61,7	67,0	71,5	75,9	80,3	82,0	84,7

# VELOCIDAD ESPECÍFICA Y TAMAÑO

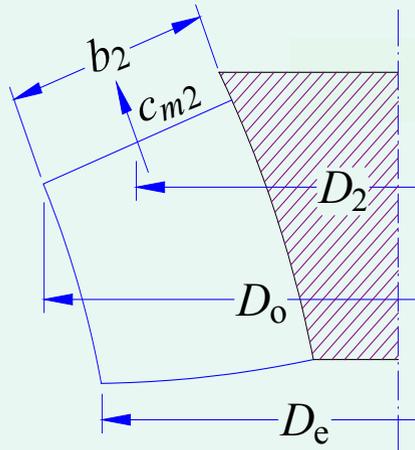




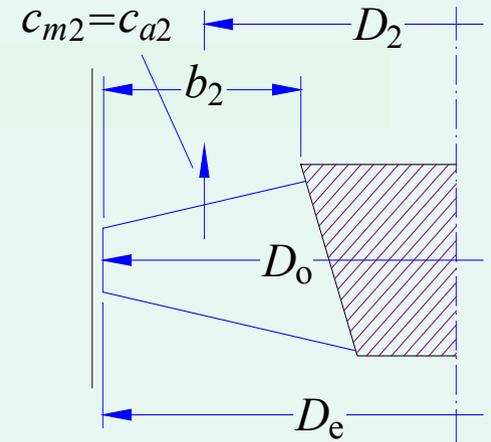
# PROPORCIONES Y FACTORES DE DISEÑO



centrífuga

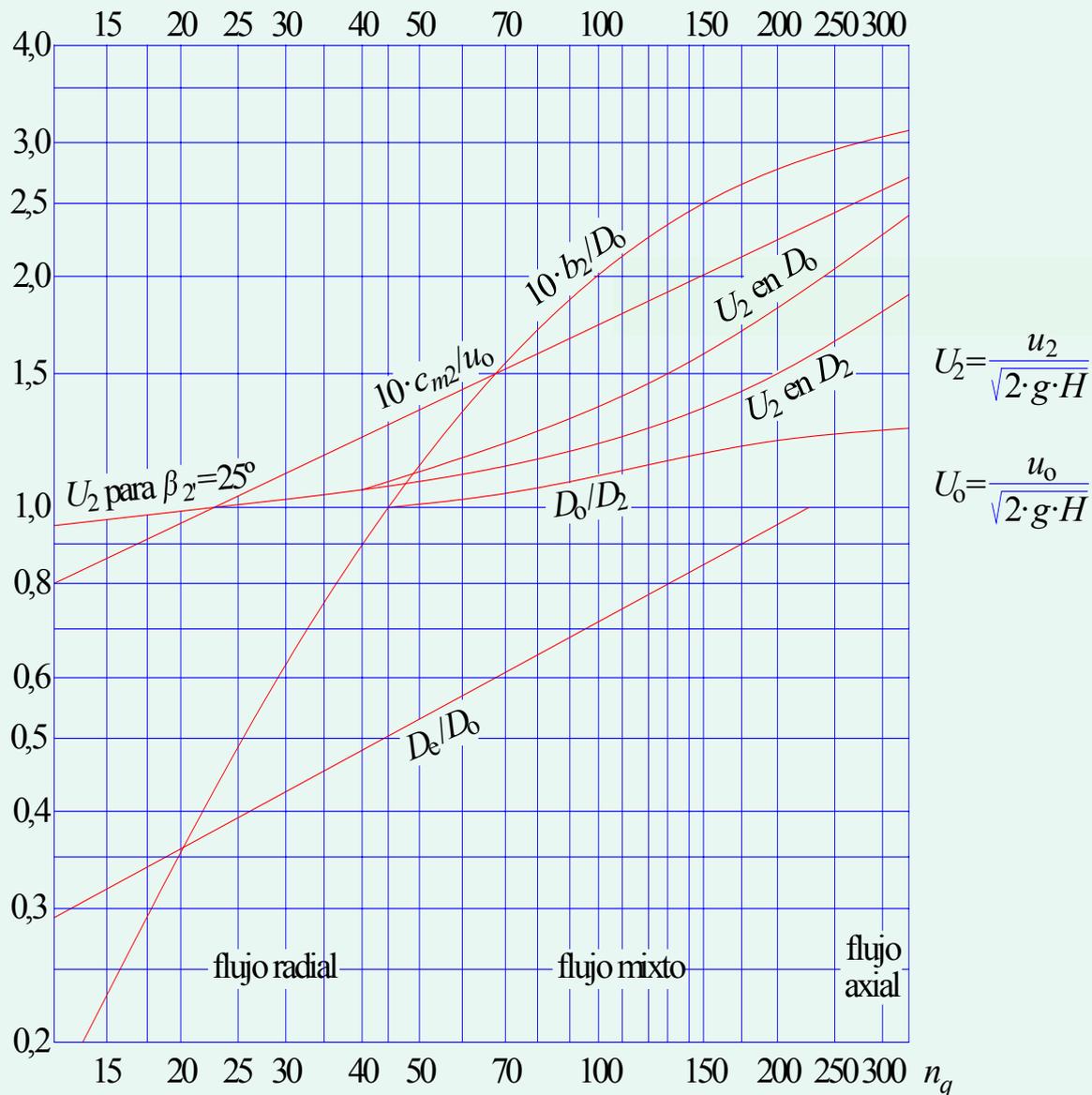


flujo mixto



flujo axial

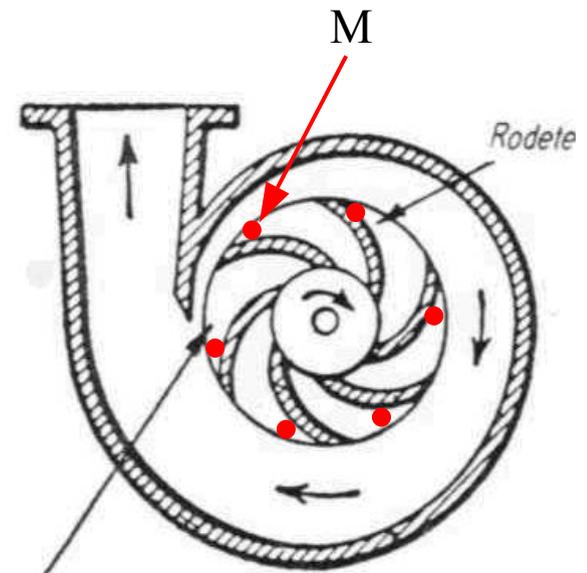
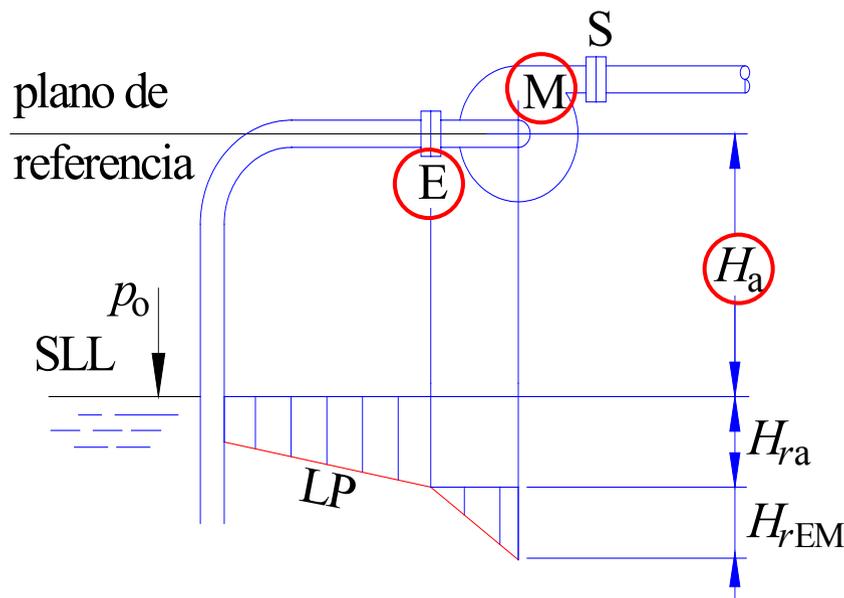
# PROPORCIONES Y FACTORES DE DISEÑO



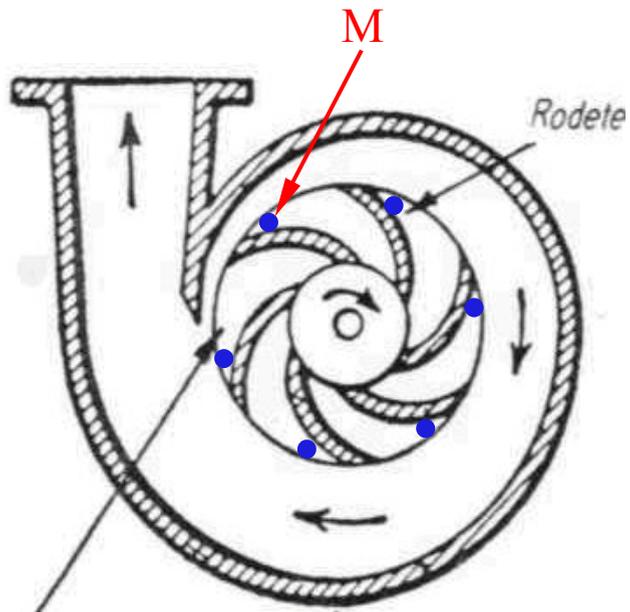
# CAVITACIÓN EN BOMBAS

La presión a la entrada de la bomba depende de la altura de aspiración  $H_a$ , que resulta negativa si la bomba se coloca por encima de la SLL.

Además, la presión disminuye desde dicha entrada E hasta un punto M en el que el flujo comienza a recibir energía.



Si la altura de aspiración  $H_a$  supera un límite, aparece *cavitación* en los puntos **M**. La presión en estos puntos ha de ser mayor que la presión de saturación  $p_s$  correspondiente (aproximadamente 0,23 m en instalaciones hidráulicas).

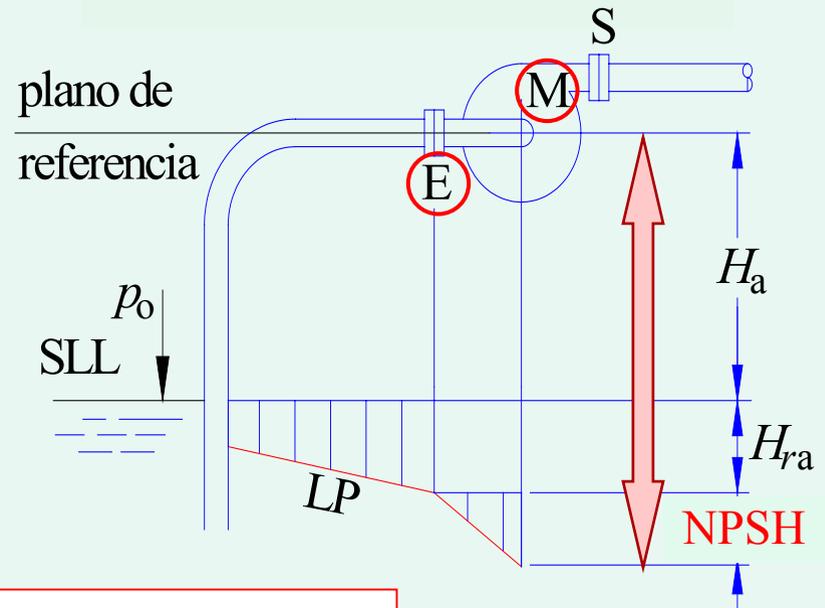


**cavitación**

La caída de presión entre la entrada **E** y el punto **M**, es la “**altura neta de entrada requerida**” (NPSH), y depende de cada bomba. La curva característica correspondiente ha de darla el fabricante. Así pues,

$$\frac{p_o}{\gamma} - \frac{p_s}{\gamma} = H_a + H_{ra} + NPSH$$

de donde obtendríamos el valor de la altura de aspiración en el límite de cavitación; por seguridad se le aumenta 0,5 m:



$$H_a \leq \frac{p_o}{\gamma} - \frac{p_s}{\gamma} - H_{ra} - NPSH - 0,5 \text{ m}$$

En bombes de menor importancia, hay a veces en se ignora la cavitación, y se produce en más casos de la cuenta.

## EJERCICIO

Para 28 l/s, se ha colocado una bomba cuya  $NPSH$  es la indicada en la figura. Hállese la máxima  $H_a$  ( $p_s/\gamma = 0,023$  m),

a) a nivel del mar ( $p_a/\gamma = 10,33$  m)

b) a una altitud de 2000 m ( $p_a/\gamma = 8,10$  m)

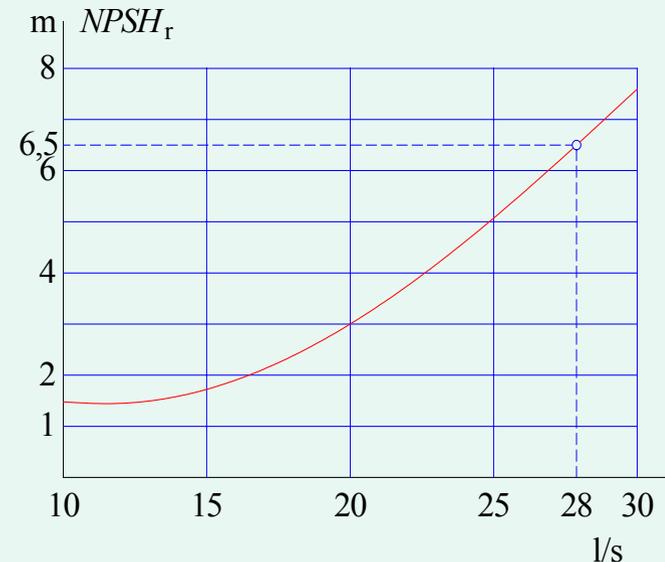
$H_{ra}$  (incluidos accesorios) = 0,2 m.

## Solución

$$H_a \leq \frac{p_o}{\gamma} - \frac{p_s}{\gamma} - H_{ra} - NPSH - 0,5 \text{ m}$$

$$H_a = 10,33 - 0,23 - 0,2 - 6,5 - 0,5 = 2,90 \text{ m}$$

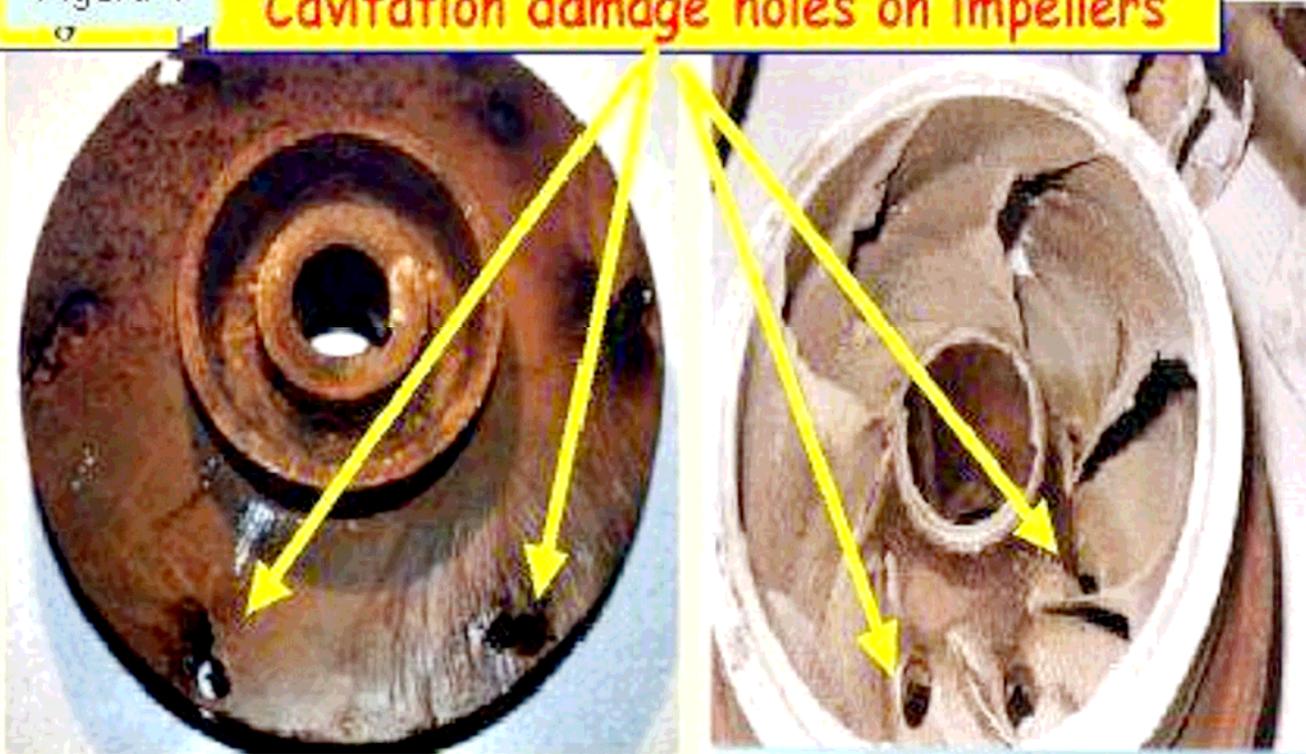
$$H_a = 8,10 - 0,23 - 0,2 - 6,5 - 0,5 = 0,67 \text{ m}$$



## Cavitation damages

Figura 4

Cavitation damage holes on impellers



[www.cheresources.com](http://www.cheresources.com) , *The Chemical Engineer's Resource Page*

# Erosión por cavitación



# Cavitación en bombas hélice



# Acoplamiento de bombas en paralelo

En instalaciones importantes en las que se prevén grandes fluctuaciones de caudal, interesa colocar varias bombas acopladas en paralelo.

Es conveniente que haya

- una más de reserva
- una o dos *auxiliares*, también en paralelo.

Entre cada bomba y el colector común ha de colocarse, además de una válvula normal, otra de retención para evitar que el flujo se invierta cuando no funciona.

## ***Bombas iguales***

Conocemos la *curva motriz*  $H = H(Q)$  de la bomba.

Para dibujar la *curva motriz* de **n** bombas, se multiplica por **n** el caudal correspondiente a una de ellas.

Analíticamente:

a) para una bomba,

$$H = c + a \cdot Q^2$$

$$\eta = d \cdot Q + e \cdot Q^2$$

b) para n bombas,

$$H = c + a \cdot \left(\frac{Q}{n}\right)^2$$

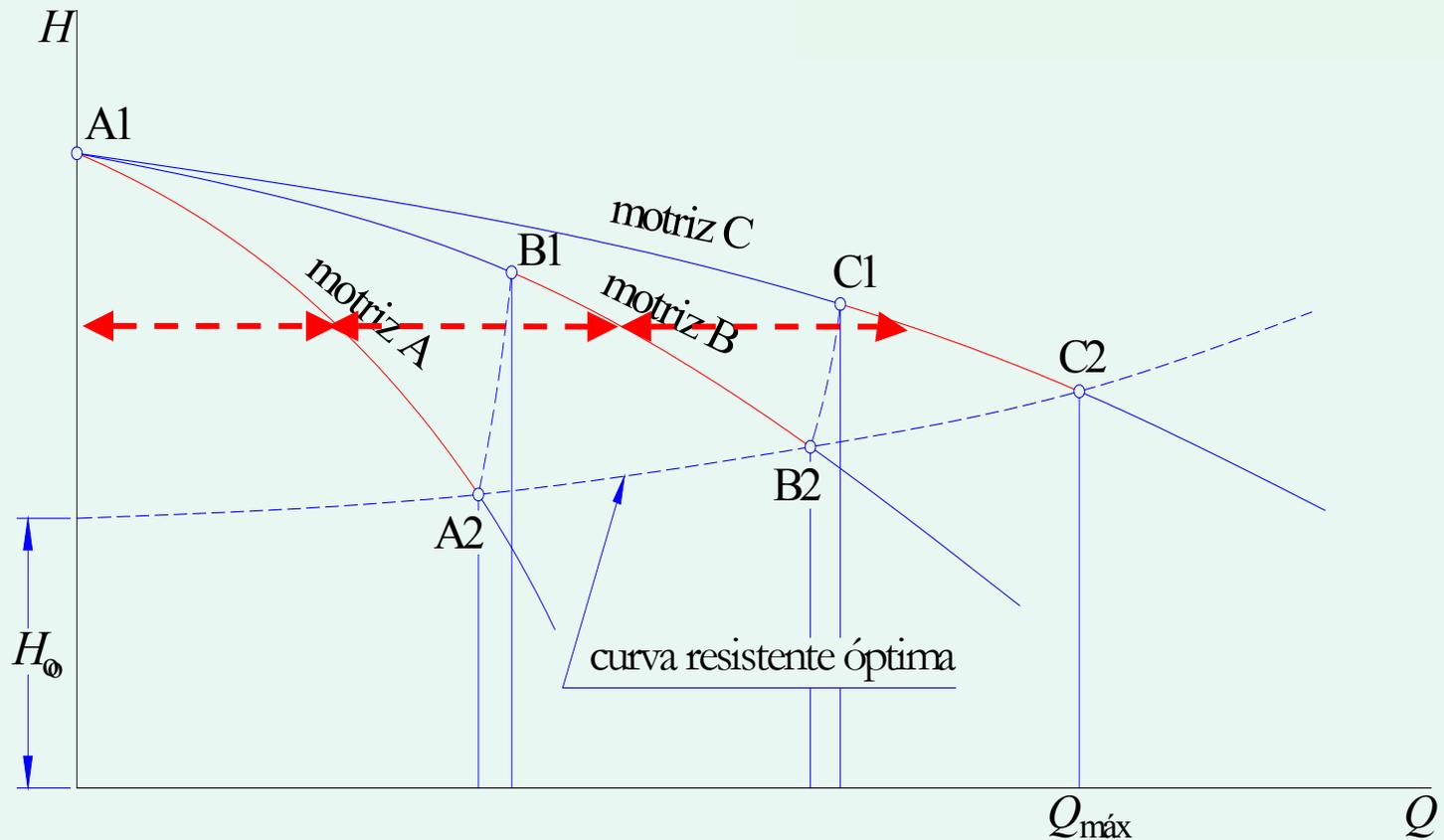
$$\eta = d \cdot \frac{Q}{n} + e \cdot \left(\frac{Q}{n}\right)^2$$

Supongamos tres bombas en paralelo.

1 bomba: *curva motriz A*

2 bombas: *curva motriz B*

3 bombas: *curva motriz C*

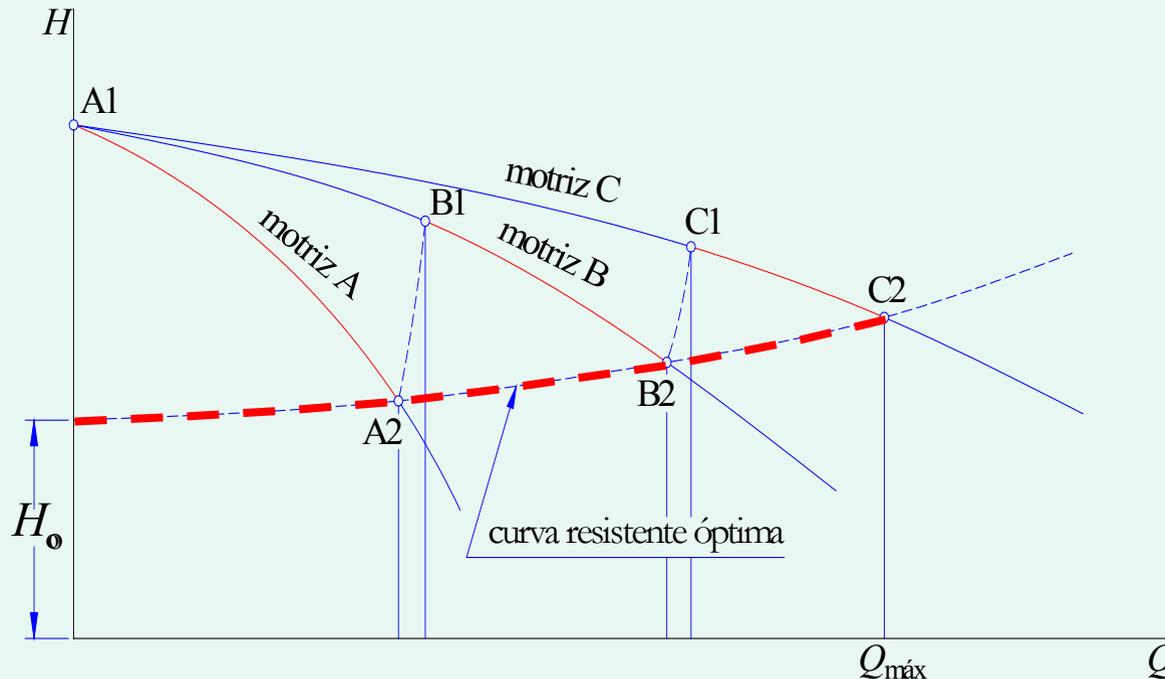


## *Curva resistente* mínima (y óptima)

$$H = H_0 + r \cdot Q^2$$

Los *puntos de funcionamiento* para distintos caudales han de estar en algún punto de las tres *curvas motrices*.

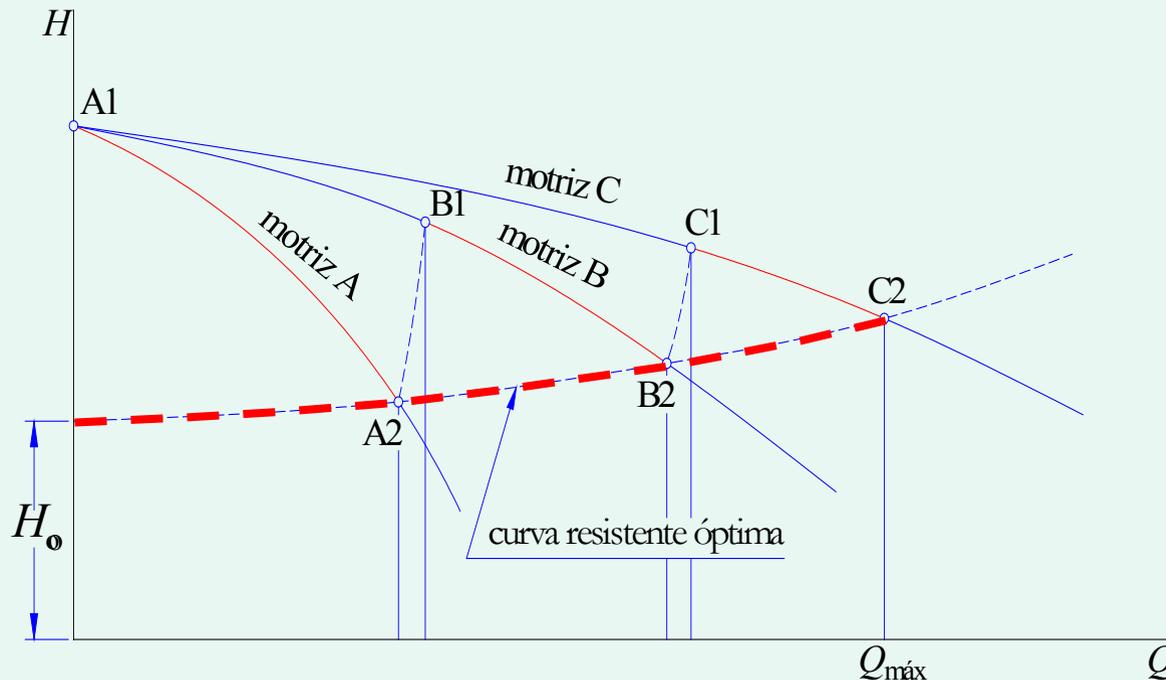
Son infinitas las *curvas resistentes* que pueden aparecer: una por punto de funcionamiento.



Por ejemplo, por el punto B1 pasa una *curva resistente* y por el punto B2 otra.

La *curva motriz* B1-B2 cruza las infinitas *curvas resistentes* entre ambas.

Cada vez que entra una bomba, el *punto de funcionamiento* da un salto a los correspondientes puntos 1 de la siguiente *curva motriz*.

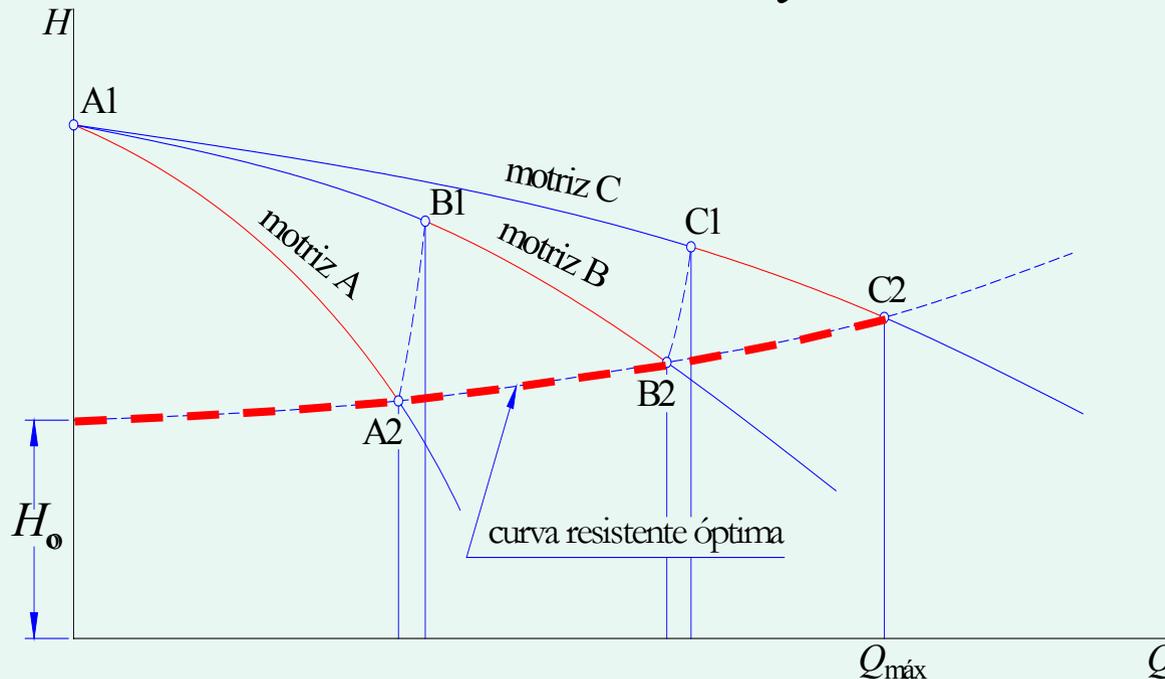


Los sucesivos puntos de funcionamiento estarían pues sobre la línea en **diente de sierra**, A1-A2, B1-B2, C1-C2.

Interesa aproximar los puntos reales de funcionamiento a la curva resistente óptima.

Puntos superiores tiene un doble inconveniente:

- las presiones en red son innecesariamente mayores;
- el coste de funcionamiento es mayor.

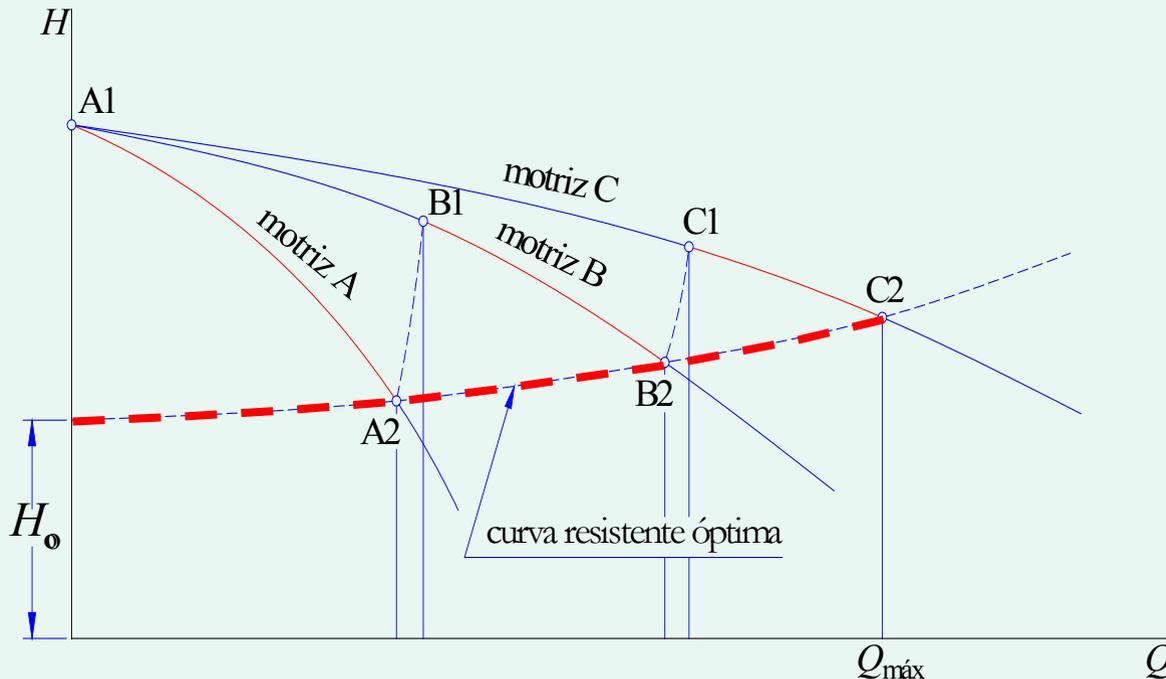




$$\frac{H_{B1}}{H_{A2}} \approx \frac{Q_{B1}^2}{Q_{A2}^2}$$

en la que sustituimos la ecuación de la **curva motriz** que pasa por los diferentes puntos 1:

$$\frac{c + a_B \cdot Q_{B1}^2}{H_{A2}} \approx \frac{Q_{B1}^2}{Q_{A2}^2} \quad Q_{B1} \approx \sqrt{\frac{c}{(H_{A2}/Q_{A2}^2) - a_B}}$$



## ***Bombas diferentes***

Sean dos bombas diferentes 1 y 2:

$$\begin{array}{l|l} H = c_1 + a_1 \cdot Q^2 & H = c_2 + a_2 \cdot Q^2 \\ \eta = d_1 \cdot Q + e_1 \cdot Q^2 & \eta = d_2 \cdot Q + e_2 \cdot Q^2 \end{array}$$

Cuando trabajen ambas, el caudal total  $Q$  requerido por la instalación lo suministran entre las dos:  $Q = Q_1 + Q_2$ .

Los caudales  $Q_1$  y  $Q_2$  han de originar la misma  $H$ :

$$Q_1 = Q_1(H) \quad Q_2 = Q_2(H)$$

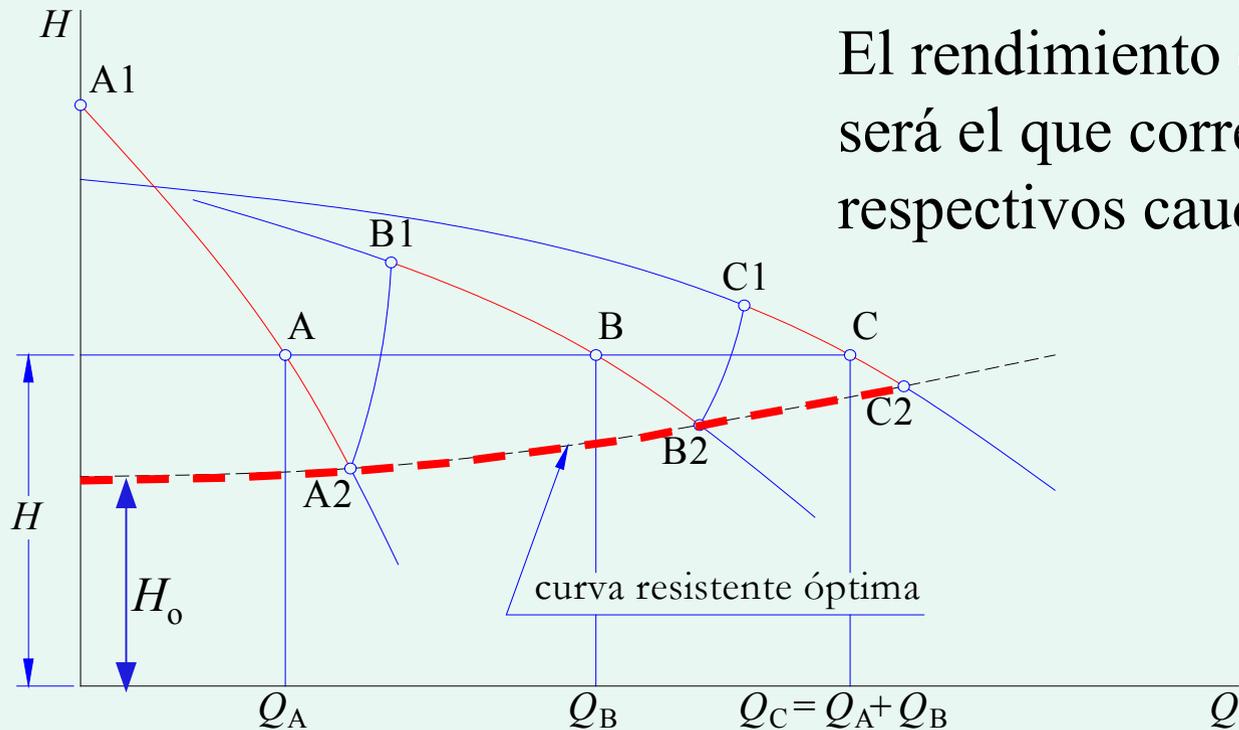
La curva característica conjunta sería:

$$Q_1(H) + Q_2(H) = Q$$

Supongamos dos bombas diferentes:

- una bomba auxiliar: *curva motriz A*
- una bomba principal: *curva motriz B*
- ambas bombas: *curva motriz C*

En un punto C de funcionamiento, las bombas suministrarían  $Q_A$  y  $Q_B$  a la misma presión:  $Q_C = Q_A + Q_B$ .



El rendimiento de cada bomba será el que corresponda a sus respectivos caudales.





## EJERCICIO

En un riego se instalan 3 iguales en paralelo:.

$$H = 86 - 86,4 \cdot Q^2 \quad (H \text{ m}, Q \text{ m}^3/\text{s})$$

La curva resistente mínima (óptima) es,

$$H = 48 + 3,0 \cdot Q^2 \quad (H \text{ m}, Q \text{ m}^3/\text{s})$$

Determinense:

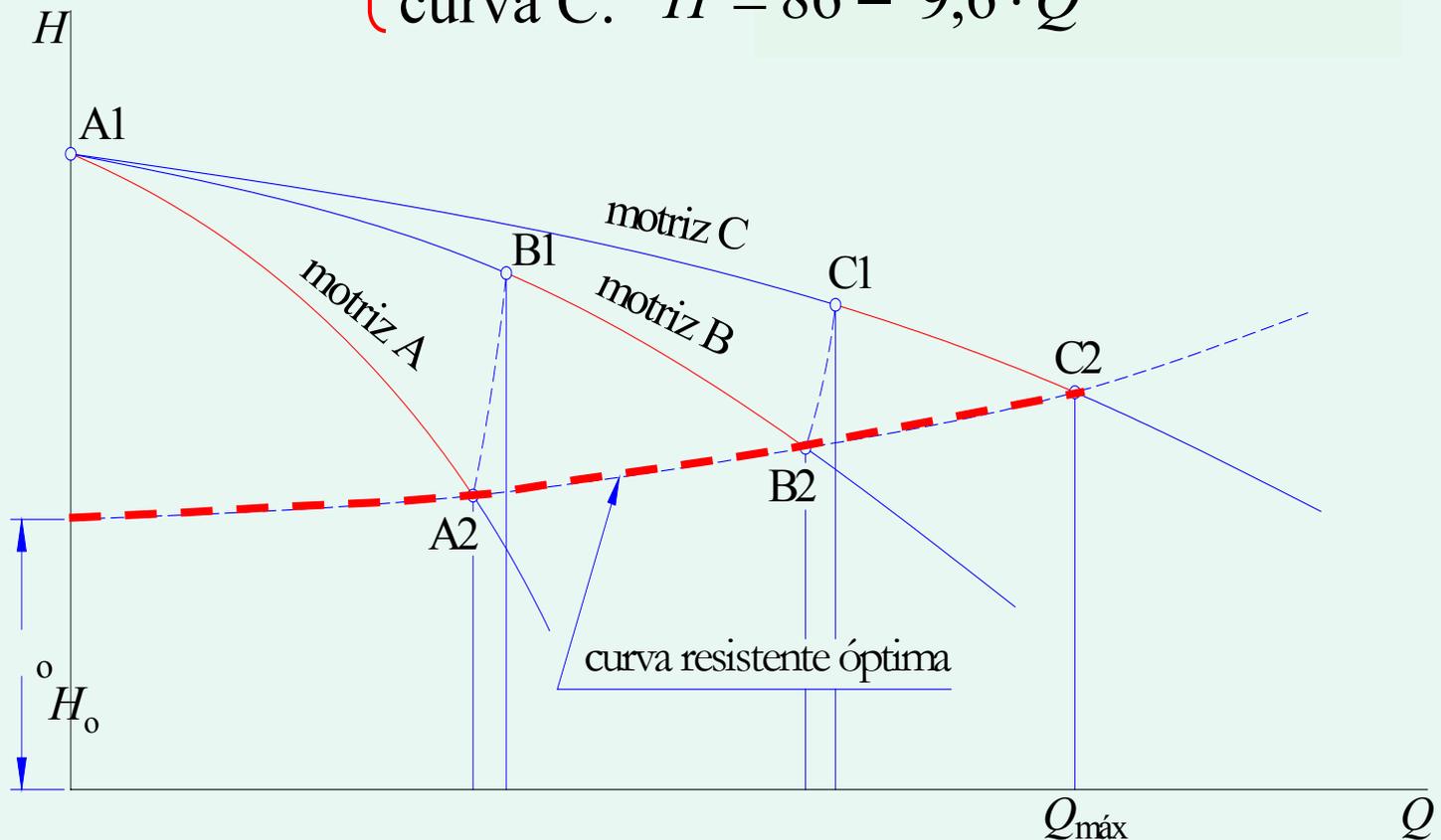
- los puntos A2, B2 y C2;
- los puntos C1 y B1
- Para dichos puntos,  $\eta_{A2} = 0,79$ ;  $\eta_{B1} = 0,82$ ;  $\eta_{B2} = 0,82$   
 $\eta_{C1} = 0,86$ ;  $\eta_{C2} = 0,84$

Calcúlese la potencia eléctrica ( $\eta_e = 0,96$ ) y la potencia mínima de cada motor.

## Solución

# Curvas motrices

$$H = c + a \cdot \left(\frac{Q}{n}\right)^2 \left\{ \begin{array}{l} \text{curva A: } H = 86 - 86,4 \cdot Q^2 \\ \text{curva B: } H = 86 - 21,6 \cdot Q^2 \\ \text{curva C: } H = 86 - 9,6 \cdot Q^2 \end{array} \right.$$



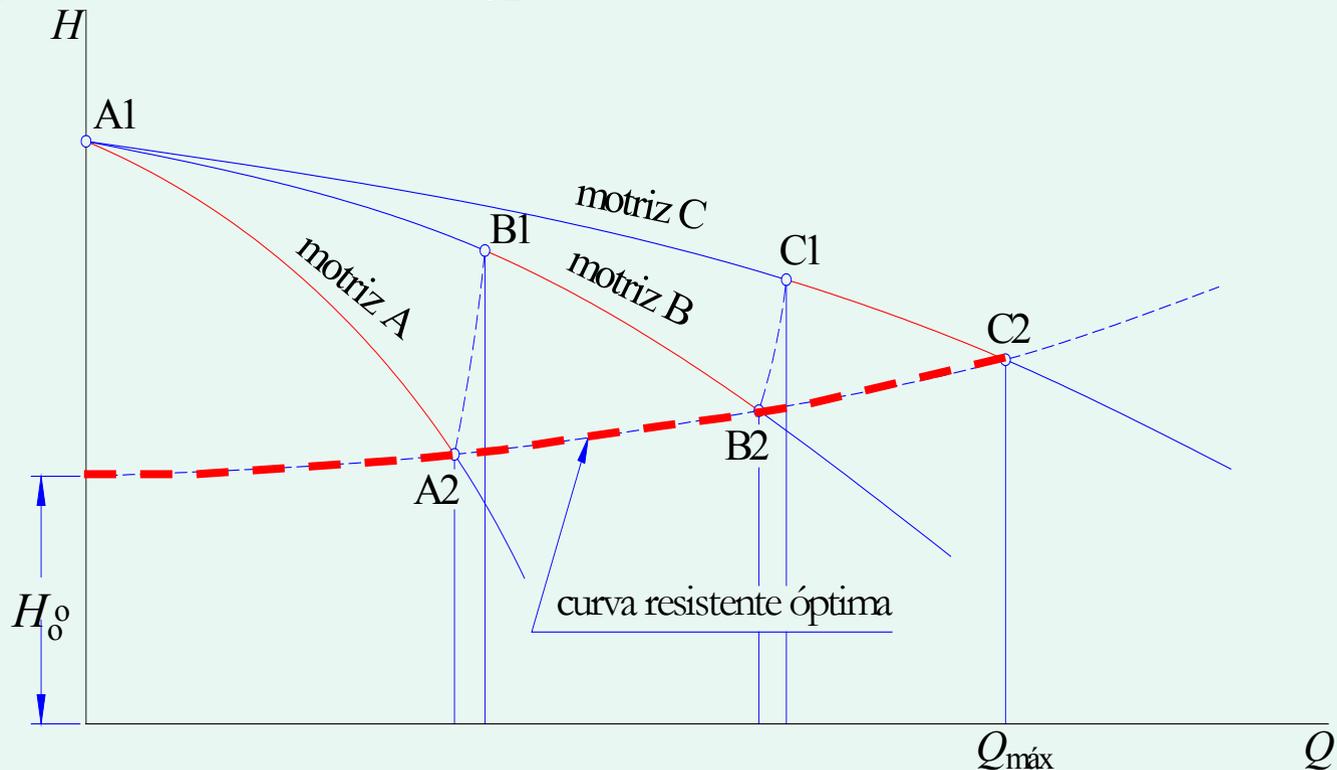
## a) Puntos A2, B2, C2

Intersección con la curva resistente óptima ( $H = 48 + 3,0 \cdot Q^2$ ):

$$Q_{A2} = 0,652 \text{ m}^3/\text{s}, \quad H_{A2} = 49,3 \text{ m}$$

$$Q_{B2} = 1,243 \text{ m}^3/\text{s}, \quad H_{B2} = 52,6 \text{ m}$$

$$Q_{C2} = 1,737 \text{ m}^3/\text{s}, \quad H_{C2} = 57,0 \text{ m}$$

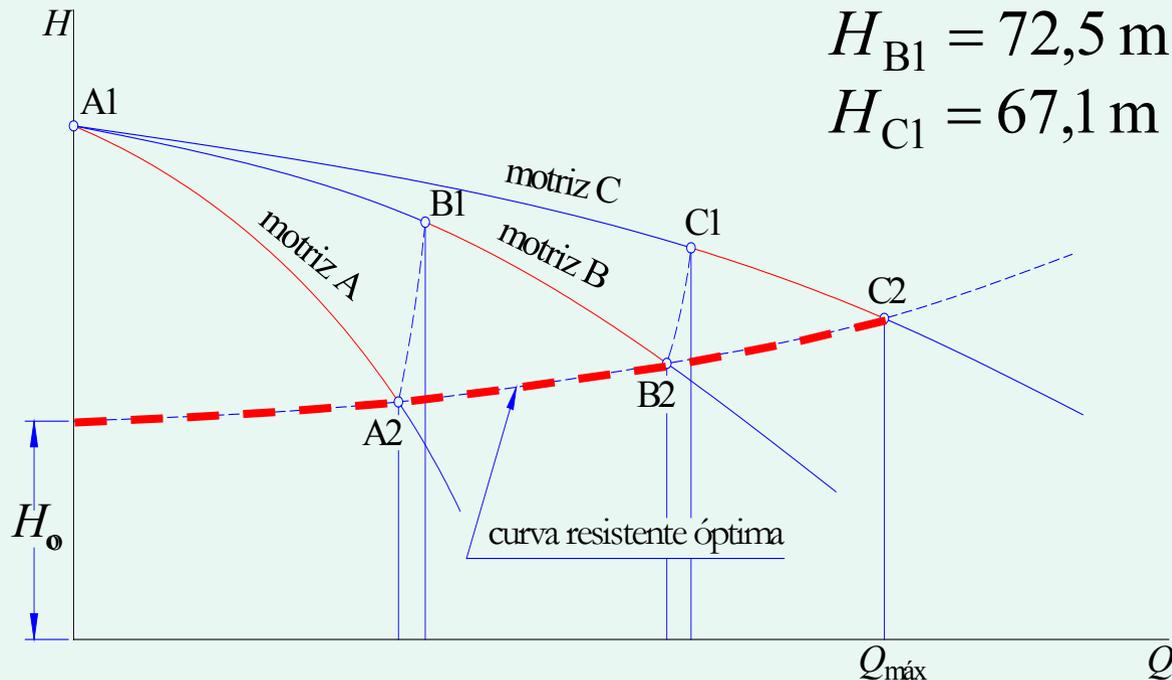


## b) Puntos B1, C1

Al entrar una nueva bomba el nuevo caudal sería,

$$Q_{B1} = \sqrt{\frac{c}{(H_{A2}/Q_{A2}^2) - a_B}} = \sqrt{\frac{86}{(49,3/0,652^2) + 21,6}} = 0,791 \text{ m}^3/\text{s}$$

$$Q_{C1} = \sqrt{\frac{c}{(H_{B2}/Q_{B2}^2) - a_C}} = \sqrt{\frac{86}{(52,6/1,243^2) + 9,6}} = 1,404 \text{ m}^3/\text{s}$$

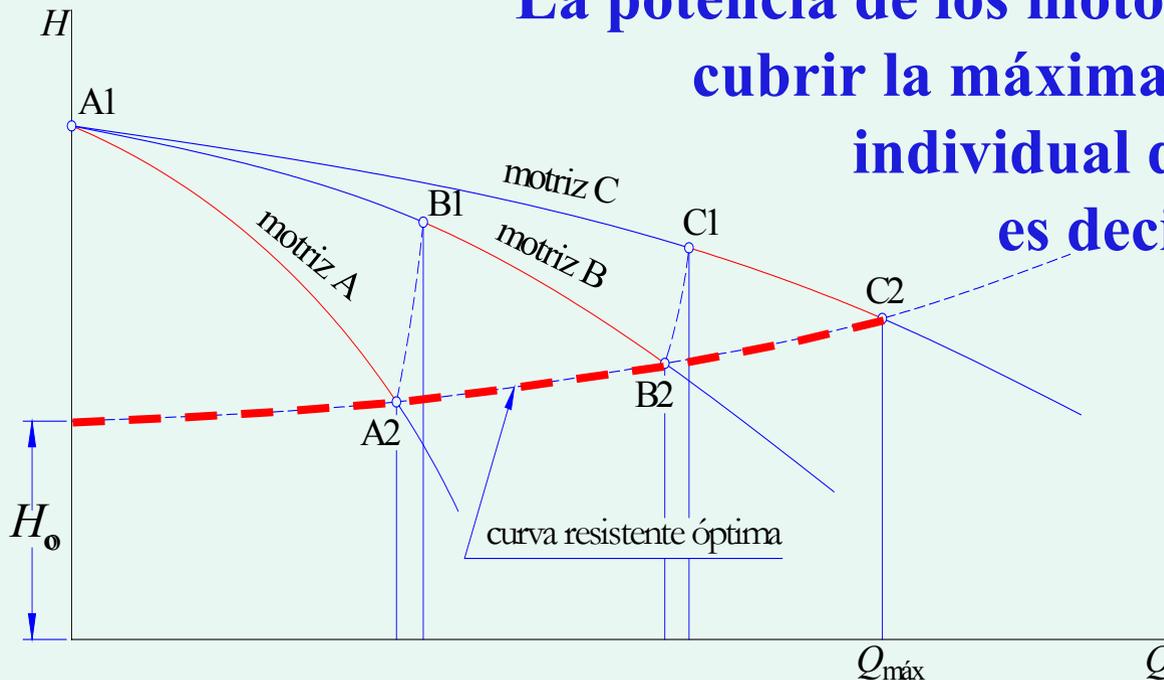


### c) Potencias eléctricas consumidas

$$P_e = \frac{\gamma \cdot Q \cdot H}{\eta_e \cdot \eta} = \frac{9,81}{0,96} \cdot \frac{Q \cdot H}{\eta}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} P_{A2} = 416 \text{ kW} \\ P_{B1} = 715 \text{ kW} \text{ (358 kW/motor)} \\ P_{B2} = 815 \text{ kW} \text{ (408 kW/motor)} \\ P_{C1} = 1120 \text{ kW} \text{ (373 kW/motor)} \\ P_{C2} = 1205 \text{ kW} \text{ (402 kW/motor)} \end{array} \right.$$

**La potencia de los motores ha de cubrir la máxima potencia individual demandada; es decir, 416 kW.**



## Bombas en serie

El caudal va sufriendo sucesivos aumentos de presión.

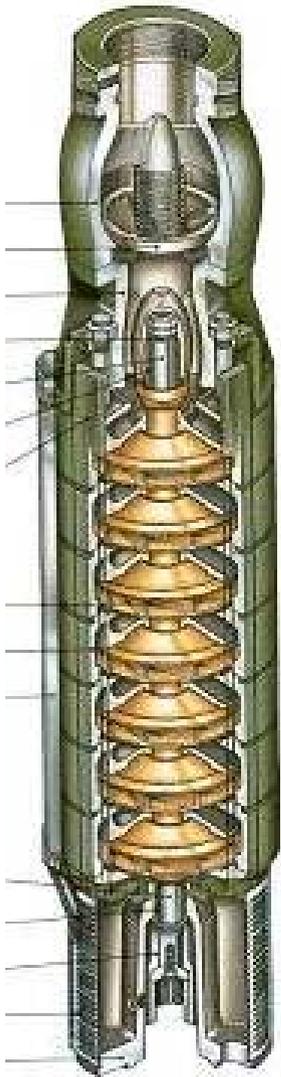
Pueden ser diferentes, aunque como el caudal es el mismo, sus características deben ser las adecuadas para ese caudal y esas alturas.

Es mejor desde luego que sean iguales.

Este tipo de instalaciones es poco frecuente.

Resulta interesante para  $H$  elevadas y limitación de diámetro (bombas de pozo profundo)

# Bombas de pozo profundo



Si para una bomba,

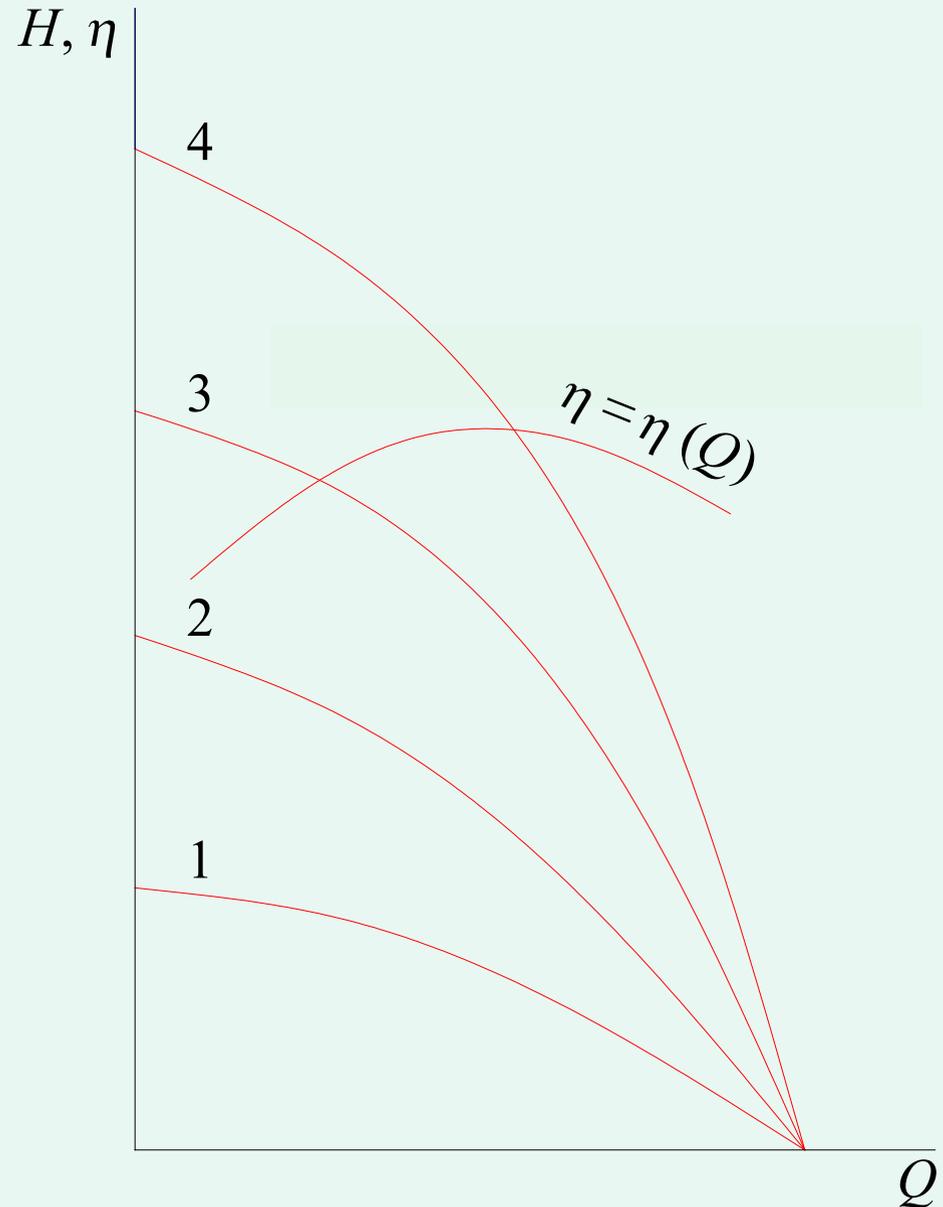
$$H = c + a \cdot Q^2$$

$$\eta = d \cdot Q + e \cdot Q^2$$

para **n** iguales,

$$H = n \cdot (c + a \cdot Q^2)$$

$$\eta = d \cdot Q + e \cdot Q^2$$



# BOMBAS HIDRÁULICAS



Noria árabe, edad media, Córdoba